

平成 23 年度入学者選抜学力検査問題

9 時 00 分 — 10 時 30 分 **教育学部志願者**

文系を志願し数学を選択した者

理系を志願した者

総合人間形成課程を志願し数学を選択した者

9 時 00 分 — 11 時 00 分 **工学部志願者**

機械システム工学科，電気電子工学科，建設学科，情報工学科を志願した者

9 時 00 分 — 11 時 00 分 **農学部志願者**

農業環境工学科，農業経済学科，森林科学科を志願し数学を選択した者

数 学 (本文 3 ページ)

[注意]

1. 検査開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけない。
2. 「受験番号」は，解答用紙の受験番号欄に忘れずに記入すること。
3. この問題冊子には，「6 問題」ある。落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所などがあった場合は，申し出ること。
4. 解答は，必ず解答用紙の所定の解答欄に記入すること。解答欄は裏面にもある。
5. **教育学部**志願者は，第 1， 2， 3， 4 問の問題を解答すること。
6. **工学部**志願者は，第 1， 2， 3， 5， 6 問の問題を解答すること。
7. **農学部**志願者は，第 1， 2， 3， 4， 5 問の問題を解答すること。
8. 計算用紙は別に配付しないから，問題冊子の余白を使うこと。

第1問 座標平面の x 軸上を動く点 P と y 軸上を動く点 Q に対して次の操作を行う。

「大小2つのさいころを同時に投げて、

- ・点 P を 大きいさいころの目が奇数ならば+1，偶数ならば+2動かす
- ・点 Q を 小さいさいころの目が奇数ならば+1，偶数ならば+2動かす」

点 P と Q は原点 O を出発点とするとき、座標平面上にできる三角形 OPQ について、次の問いに答えよ。

問1 この操作を2回続けたとき、 $\triangle OPQ$ が二等辺三角形となる確率を求めよ。

問2 この操作を2回続けたときの $\triangle OPQ$ の面積の期待値を求めよ。

問3 この操作を3回続けたとき、 $\triangle OPQ$ の面積が整数になる確率を求めよ。

第2問 数列 $\{a_n\}$ は $a_1 = 2$ ， $a_2 = 2$ をみたすとする。 $\{a_n\}$ の階差数列を $\{b_n\}$ とし、 $\{b_n\}$ の階差数列を $\{c_n\}$ とする。数列 $\{c_n\}$ が $c_1 = 1$ をみたす公差 3 の等差数列であるとき、次の問いに答えよ。

問1 数列 $\{c_n\}$ の一般項を求めよ。

問2 数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

問3 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

第3問 $\triangle OAB$ において、 $\angle AOB = 90^\circ$ とする。辺 AB の中点を C 、
 辺 OB の中点を D 、 OC と AD の交点を P 、 O から辺 AB に下ろし
 た垂線の足を E とする。 $\vec{a} = \vec{OA}$ 、 $\vec{b} = \vec{OB}$ とするとき、次の問い
 に答えよ。

問1 $\vec{OP}$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ を用いて表せ。

問2 $\vec{OE}$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ を用いて表せ。

問3 $OA < OB$ かつ $OC = 1$ とする。 $s = |\vec{a}|$ とするとき、 $\triangle OPE$
 の面積を s を用いて表せ。

第4問 関数 $f(x)$ は $f(0) = b$ をみたし、その導関数は

$$f'(x) = (x-1)(x-a)$$

であるとする。ただし、 a と b は定数である。このとき、次の問いに
 答えよ。

問1 曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(0, b)$ における接線の方程式を求めよ。

問2 $f(x)$ を x の整式で表せ。

問3 $f(x)$ の極大値が 40、極小値が 4 であるとき、定数 a と b の値を
 求めよ。

第5問 座標平面上の直線 $y = mx$ ($m > 0$) を l とする。点 $(1, 0)$ を P_1 とし、 P_1 から l に下ろした垂線の足を Q_1 、 Q_1 から x 軸に下ろした垂線の足を P_2 とする。以下同様に P_n ($n = 1, 2, \dots$) から l に下ろした垂線の足を Q_n 、 Q_n から x 軸に下ろした垂線の足を P_{n+1} とする。このとき、次の問いに答えよ。

問1 $\triangle P_1 Q_1 P_2$ の面積 S_1 を m を用いて表せ。

問2 $\triangle P_n Q_n P_{n+1}$ ($n = 1, 2, \dots$) の面積を S_n とするとき、級数 $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ の和 S を m を用いて表せ。

問3 問2における S が最大になる m と、そのときの S の値を求めよ。

第6問 曲線 C_1 は媒介変数 t を用いて

$$x = t - \sin t, \quad y = 1 - \cos t \quad (0 \leq t \leq 2\pi)$$

と表されるとする。また、曲線 C_2 は

$$x = t - \sin t, \quad y = 1 + \cos t \quad (0 \leq t \leq 2\pi)$$

と表されるとする。このとき、次の問いに答えよ。

問1 C_1 と C_2 は直線 $y = 1$ に関して対称であることを示せ。

問2 C_1 と C_2 の交点の座標を求めよ。

問3 C_1 と C_2 で囲まれた部分を x 軸のまわりに1回転してできる回転体の体積を求めよ。