

平成 24 年度入学者選抜学力検査問題

9 時 00 分 — 10 時 30 分 **教育学部志願者**

文系を志願し数学を選択した者

理系を志願した者

総合人間形成課程を志願し数学を選択した者

9 時 00 分 — 11 時 00 分 **工学部志願者**

機械システム工学科，電気電子工学科，建設学科，情報工学科を志願した者

9 時 00 分 — 11 時 00 分 **農学部志願者**

農業環境工学科，農業経済学科，森林科学科を志願し数学を選択した者

数 学

(本文 3 ページ)

〔注意〕

1. 検査開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけない。
2. 「受験番号」は，解答用紙の受験番号欄に忘れずに記入すること。
3. この問題冊子には，「6 問題」ある。落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所などがあった場合は，申し出ること。
4. 解答は，必ず解答用紙の所定の解答欄に記入すること。解答欄は裏面にもある。
5. 教育学部志願者は，第 1，2，3，4 問の問題を解答すること。
6. 工学部志願者は，第 1，2，3，5，6 問の問題を解答すること。
7. 農学部志願者は，第 1，2，3，4，6 問の問題を解答すること。
8. 計算用紙は別に配付しないから，問題冊子の余白を使うこと。

第 1 問 1 から n までの番号をつけた n 枚のカードがある。次の問いに答えよ。
ただし、 n は自然数で $n \geq 5$ とする。

問 1 $n = 5$ とする。5 枚のカードから同時に 2 枚を取り出すとき、取り出した番号の和の期待値を求めよ。

問 2 n を偶数とする。 n 枚のカードから同時に k 枚を取り出すとき、取り出した番号の積が偶数である確率を n と k を用いて表せ。ただし、 $2 \leq k \leq \frac{n}{2}$ とする。

問 3 n を偶数とする。 n 枚のカードから同時に 3 枚を取り出すとき、取り出した番号の和が偶数である確率を求めよ。

第 2 問 自然数を 2 乗した列を、次のように奇数個ずつの群に分ける。以下の問いに答えよ。

$$\{1\}, \quad \{4, 9, 16\}, \quad \{25, 36, 49, 64, 81\}, \quad \dots$$

第 1 群 第 2 群 第 3 群

問 1 625 は第何群の何番目の数か。

問 2 第 n 群の最後の数を n の式で表せ。

問 3 第 n 群の最初の数を n の式で表せ。

問 4 第 n 群にあるすべての数の和を n の式で表せ。

第 3 問 1 辺の長さが 1 の正三角形 ABC と、線分 BC を 1:2 に内分する点 D が与えられている。実数 x ($0 \leq x \leq 1$) に対し、線分 AB 上の点 P と線分 AC 上の点 Q を $AP = CQ = x$ となるように定めるとき、次の問いに答えよ。

問 1 線分 AD の長さを求めよ。

問 2 三角形 DPQ の面積 S を x の式で表せ。

問 3 問 2 の S について、 S の最大値と最小値を求めよ。

問 4 問 2 の S の値が $\frac{\sqrt{3}}{8}$ となるとき、 x の値を求めよ。

第 4 問 関数 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ について、次の問いに答えよ。

問 1 $y = f(x)$ の増減を調べ、極値を求めよ。また、グラフの概形をかけ。

問 2 $-\frac{a}{2} \leq x \leq a$ における $f(x)$ の最大値 M を求めよ。ただし、 a は定数で $a > 0$ とする。

問 3 $-\frac{a}{2} \leq x \leq a$ における $f(x)$ の最小値 m を求めよ。ただし、 a は定数で $a > 0$ とする。

第 5 問 $A^2 = O$ を満たす行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ について、次の問いに答えよ。
ただし、 O は零行列である。

問 1 $c \neq 0$ のとき、 b を a と c を用いて表せ。

問 2 $c = 0$ のとき、 a と d の値を求めよ。

問 3 $c = 0$ のとき、 $X_1 = E$, $X_{n+1} = AX_n + B$ ($n = 1, 2, \dots$) と定める。
 $n \geq 3$ のとき

$$X_1 + X_2 + \dots + X_n$$

を求めよ。ただし、 $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ である。

第 6 問 関数 $y = e^{-x}$ のグラフを C とする。 C 上の点 $P(t, e^{-t})$ における接線と x 軸との交点を $Q(u, 0)$ とする。 C 上の点 (u, e^{-u}) を R とするとき、次の問いに答えよ。

問 1 u を t の式で表せ。

問 2 線分 PQ , 線分 QR と C で囲まれた部分を図形 A とする。図形 A を x 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積 V を t の式で表せ。

問 3 問 1 の u を t の関数とみて $u(t)$ と表す。数列 $\{t_n\}$ を $t_1 = 0$, $t_{n+1} = u(t_n)$ ($n = 1, 2, \dots$) と定義するとき、一般項 t_n を求めよ。

問 4 問 2 の V を t の関数とみて $V(t)$ と表し、問 3 の t_n を用いて $V_n = V(t_n)$ ($n = 1, 2, \dots$) とおく。数列 $\{V_n\}$ は等比数列であることを示し、無限等比級数

$$V_1 + V_2 + \dots + V_n + \dots$$

の収束、発散を調べ、収束する場合は、その和を求めよ。