

平成 26 年度入学者選抜学力検査問題

9 時 00 分 — 10 時 30 分 教育学部志願者

文系を志願し数学を選択した者

理系を志願した者

特別支援教育コースを志願し数学を選択した者

総合人間形成課程を志願し数学を選択した者

9 時 00 分 — 11 時 00 分 工学部志願者

機械システム工学科，電気電子工学科，建設学科，

情報工学科を志願した者

9 時 00 分 — 11 時 00 分 農学部志願者

生物資源科学科，農業環境工学科，農業経済学科，

森林科学科を志願し数学を選択した者

数 学

(本文 3 ページ)

[注意]

1. 検査開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけない。
2. 「受験番号」は，解答用紙の受験番号欄に忘れずに記入すること。
3. この問題冊子には，「6 問題」ある。落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所などがあった場合は，申し出ること。
4. 解答は，必ず解答用紙の所定の解答欄に記入すること。解答欄は裏面にもある。
5. 教育学部志願者は，第 1，2，3，4 問の問題を解答すること。
6. 工学部志願者は，第 1，2，3，5，6 問の問題を解答すること。
7. 農学部志願者は，第 1，2，3，4，6 問の問題を解答すること。
8. 計算用紙は別に配付しないので，問題冊子の余白を使うこと。

第1問 8人の生徒 a, b, c, d, e, f, g, h に対して3つの部屋 A, B, C がある。A, B, C の最大収容人数は A が3人, B が4人, C が5人である。このとき, 次の問いに答えよ。

問1 生徒全員を一行に並べるとき, c と d が隣り合う並べ方は何通りあるか。

問2 生徒全員を3つの部屋に入れるとき, A の人数が3人になるような入れ方は何通りあるか。ただし, 空き部屋があってもよいとする。

問3 生徒全員を3つの部屋に入れるとき, c と d が A に入るような入れ方は何通りあるか。ただし, 空き部屋があってもよいとする。

問4 生徒全員を3つの部屋に入れる入れ方は何通りあるか。ただし, 空き部屋があってもよいとする。

第2問 下の表のように奇数が並んでいる。上から m 行, 左から n 列にある数を $a_{m,n}$ と表す。例えば $a_{2,3} = 15$ である。このとき, 次の問いに答えよ。

1	3	7	13	21
5	9	15	23	...
11	17	25	...	...
19	27	...	...	...
29	...	...	...	...

問1 $a_{1,n}$ を n を用いて表せ。

問2 上の表の $a_{1,n}$ と $a_{n,1}$ を結ぶ直線上にあるすべての数の集合を第 n 群と呼ぶ。例えば第3群は $\{7, 9, 11\}$ である。このとき, 第 n 群に含まれるすべての数の和を n を用いて表せ。

問3 251 は問2で定めた第何群にあるか。また, $a_{m,n} = 251$ とするとき, m と n を求めよ。

第3問 三角形 OAB において、辺 OA を 1:2 に内分する点を C、辺 OB を 3:1 に内分する点を D、AD と BC の交点を P とする。

$\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とするとき、次の問いに答えよ。

問1 $AP:PD = t:1-t$ ($0 < t < 1$) とおくとき、 $\overrightarrow{OP}$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ と t を用いて表せ。

問2 $\overrightarrow{OP}$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ を用いて表せ。

問3 直線 OP と 辺 AB との交点を E とするとき、 $AE:EB$ を求めよ。

問4 $\angle AOB = 90^\circ$, $\overrightarrow{OP} \perp \overrightarrow{AB}$ であるとき、 $OA:OB:AB$ を求めよ。

第4問 座標平面において、不等式 $y \geq x^2$ の表す領域を D とし、 D 内の点 (a, b) に対して連立不等式

$$y \geq x^2, \quad x \geq a, \quad b \geq y$$

の表す領域を $E(a, b)$ とする。このとき、次の問いに答えよ。

問1 領域 $E(a, b)$ の面積 S を a と b を用いて表せ。

問2 曲線 $4y = (x+1)^2$ 上の点 $(2t-1, t^2)$ が領域 D 内を動くとき、実数 t の取り得る値の範囲を求めよ。

問3 問2で求めた範囲の t に対して、領域 $E(2t-1, t^2)$ の面積を $f(t)$ とするとき、関数 $f(t)$ を t の式で表せ。

問4 問3で定めた関数 $f(t)$ の最大値を求めよ。

第5問 関数 $f_n(x)$ ($n = 1, 2, \dots$) を

$$f_1(x) = a_1 \sin \alpha x + b_1 \cos \alpha x$$

$$f_{n+1}(x) = \beta (f_n(x) + f'_n(x))$$

と定める。ただし、 a_1, b_1, α, β は実数である。このとき、次の問いに答えよ。

問1 $f_n(x)$ は $f_n(x) = a_n \sin \alpha x + b_n \cos \alpha x$ (a_n, b_n は実数) の形で表されることを示せ。

問2 問1における a_n, b_n ($n = 1, 2, \dots$) について、行列 P を用いて

$$\begin{pmatrix} a_{n+1} \\ b_{n+1} \end{pmatrix} = P \begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix}$$

と表すとき、行列 P を求めよ。

問3 $a_1 = 0, b_1 = 2, \alpha = \sqrt{3}, \beta = \frac{1}{2}$ とするとき、 $f_{99}(x)$ を求めよ。

第6問 関数 $f(x)$ を $f(x) = \frac{k}{x+1} - 1$ と定める。ただし、 k は正の定数である。このとき、次の問いに答えよ。

問1 $y = f(x)$ のグラフが x 軸と交わる点の x 座標を k を用いて表せ。

問2 $S = \int_0^2 |f(x)| dx$ を求めよ。

問3 問2における S を最小にする k と、そのときの S の値を求めよ。