

平成 27 年度入学者選抜学力検査問題

9 時 00 分 — 10 時 30 分 教育学部志願者

文系を志願し数学を選択した者

理系を志願した者

特別支援教育コースを志願し数学を選択した者

総合人間形成課程を志願し数学を選択した者

9 時 00 分 — 11 時 00 分 工学部志願者

機械システム工学科，電気電子工学科，建設学科，

情報工学科を志願した者

9 時 00 分 — 11 時 00 分 農学部志願者

生物資源科学科，農業環境工学科，農業経済学科，

森林科学科を志願し数学を選択した者

数 学 (本文 3 ページ)

[注意]

1. 検査開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけない。
2. 「受験番号」は，解答用紙の受験番号欄に忘れずに記入すること。
3. この問題冊子には，「6 問題」ある。落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所などがあった場合は，申し出ること。
4. 解答は，必ず解答用紙の所定の解答欄に記入すること。解答欄は裏面にもある。
5. 教育学部志願者は，第 1， 2， 3， 4 問の問題を解答すること。
6. 工学部志願者は，第 1， 2， 3， 5， 6 問の問題を解答すること。
7. 農学部志願者は，第 1， 2， 3， 4， 5 問の問題を解答すること。
8. 計算用紙は別に配付しないので，問題冊子の余白を使うこと。

第 1 問 袋の中に 5 個の玉が入っている。それらは、0 と書かれた玉が 2 個、1 と書かれた玉、-1 と書かれた玉、2 と書かれた玉がそれぞれ 1 個ずつである。この袋の中から 3 個の玉を取り出す。取り出した 3 個の玉に書かれた数字の和を m とする。次に、袋の中に残った 2 個の玉に書かれた数字の積を n とする。このように定義された m と n のもとで、2 次関数

$$f(x) = x^2 - mx + n$$

を考える。このとき、次の問いに答えよ。

問 1 m のとり得る値をすべて求めよ。

問 2 m と n のとり得る組合せ (m, n) をすべて求めよ。

問 3 m と n のとり得る組合せ (m, n) のすべてについて、それぞれが起こる確率を求めよ。

問 4 不等式 $f(x) > 0$ がすべての実数 x について成り立つ確率を求めよ。

問 5 方程式 $f(x) = 0$ が異なる実数解 α, β をもち、同時に $\alpha < 2$ かつ $\beta < 2$ となる確率を求めよ。

第 2 問 $\triangle ABC$ の外接円の中心を O とし、半径を 1 とする。辺 BC の中点を P 、辺 AB を $1:2$ に内分する点を Q とするとき、次の問いに答えよ。

問 1 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とおくとき、 $\overrightarrow{PQ}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ を用いて表せ。

問 2 問 1 における $\overrightarrow{PQ}$ は、 $\vec{a} + \vec{b}$ と平行で向きが同じとする。
 $|\overrightarrow{PQ}| : |\vec{a} + \vec{b}| = s : 1$ とするとき、 $\vec{a} \cdot \vec{c}$ と $\vec{b} \cdot \vec{c}$ を、それぞれ $\vec{a} \cdot \vec{b}$ と s を用いて表せ。

問 3 問 2 において、さらに $s = \frac{1}{6}$ であるとき、 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ の値を求めよ。

第 3 問 $b_1 = 1$, $b_2 = 4$, $b_{n+2} = 5b_{n+1} - 6b_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) で定められた数列 $\{b_n\}$ がある。数列 $\{a_n\}$ が $a_1 = 1$, $a_{n+1} - a_n = b_n + \frac{1}{n(n+1)} + n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) をみたすとき、次の問いに答えよ。

問 1 $p_n = b_{n+1} - 2b_n$ とおく。数列 $\{p_n\}$ は等比数列であることを示し、一般項を求めよ。

問 2 $q_n = b_{n+1} - 3b_n$ とおく。数列 $\{q_n\}$ は等比数列であることを示し、一般項を求めよ。

問 3 数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

問 4 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

第 4 問 u を任意の実数とすると、次の問いに答えよ。

問 1 座標平面上の点 $P(u, u-1)$ を通り、曲線 $y = x^2$ に接する直線は、ちょうど 2 本あることを示せ。

問 2 問 1 における 2 直線と曲線 $y = x^2$ との接点を、それぞれ $A(\alpha, \alpha^2)$, $B(\beta, \beta^2)$ とするとき、 α と β をそれぞれ u の式で表せ。ただし、 $\alpha < \beta$ とする。

問 3 問 1 における 2 直線と曲線 $y = x^2$ で囲まれた図形の面積を S とするとき、 S を u の式で表せ。

問 4 問 3 で求めた面積 S の最小値を求めよ。

第 5 問 微分可能な関数 $f(x)$ は、2 つの条件 $f'(x) = xe^x$, $f(1) = 0$ を満たしている。このとき、次の問いに答えよ。

問 1 関数 $f(x)$ を求めよ。

問 2 すべての x に対して次の等式を満たす関数 $g(x)$ を求めよ。

$$g(x) = f(x) + \frac{(2-x)e^x}{e-1} \int_0^1 g(t) dt$$

問 3 $g(x)$ を問 2 で求めた関数とし、 k を定数とする。 x についての方程式 $g(x) = kx$ の異なる実数解の個数を調べよ。ただし、 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x} = \infty$ を用いてよい。

第 6 問 $m \geq 1$ を整数とする。関数 $f(x) = (\pi - x) \sin mx$ ($0 \leq x \leq \pi$) について、次の問いに答えよ。

問 1 $f(x) = 0$ となるすべての x ($0 \leq x \leq \pi$) の値を、小さい順に $x_1, x_2, \dots, x_N$ で表す。このとき、 N を m の式で表し、 x_k ($k = 1, 2, \dots, N$) を k と m の式で表せ。

問 2 問 1 で定めた x_k と x_{k+1} ($k = 1, 2, \dots, N-1$) に対し、曲線 $y = f(x)$ ($x_k \leq x \leq x_{k+1}$) と x 軸で囲まれた図形の面積を S_k とするとき、 S_k を k と m の式で表せ。

問 3 問 2 で求めた面積 S_k の $k = 1$ から $N-1$ までの和 $\sum_{k=1}^{N-1} S_k$ を求めよ。

