# 平成31年度入学者選抜学力検査問題　前期日程

9時00分――10時30分　**地域デザイン科学部志願者**
コミュニティデザイン学科を志願し数学を選択した者

9時00分――11時00分　**地域デザイン科学部志願者**
建築都市デザイン学科，社会基盤デザイン学科を志願した者

9時00分――10時30分　**教育学部志願者**
学校教育・特別支援教育系を志願し数学を選択した者
教科文系を志願し数学を選択した者
教科理系を志願した者

9時00分――11時00分　**工学部志願者**
基盤工学科を志願した者

9時00分――11時00分　**農学部志願者**
生物資源科学科，農業環境工学科，農業経済学科，森林科学科を志願し数学を選択した者

# 数　　学　（本文3ページ）

〔注意〕
1. 検査開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけない。
2. 「受験番号」は，解答用紙の受験番号欄に忘れずに記入すること。
3. この問題冊子には，「6問題」ある。落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所などがあった場合は，申し出ること。
4. 解答は，必ず解答用紙の所定の解答欄に記入すること。解答欄は裏面にもある。所定の解答欄以外の場所に書かれた解答は採点しない。
5. **地域デザイン科学部**「コミュニティデザイン学科」の志願者は，第1，2，3，4問の問題を，「建築都市デザイン学科，社会基盤デザイン学科」の志願者は，第1，2，3，5，6問の問題を解答すること。
6. **教育学部**志願者は，第1，2，3，4問の問題を解答すること。
7. **工学部**志願者は，第1，2，3，5，6問の問題を解答すること。
8. **農学部**志願者は，第1，2，3，4，5問の問題を解答すること。
9. 計算用紙は別に配付しないので，問題冊子の余白を使うこと。

**第 1 問** 1 から 8 までの番号をつけた 8 枚のカードが袋の中に入っている。袋の中からカードを 1 枚取り出してもとに戻すという操作を 4 回繰り返し，1 回目，2 回目，3 回目，4 回目に取り出されたカードの番号をそれぞれ $a$, $b$, $c$, $d$ とする。このとき，次の問いに答えよ。

**問 1** 積 $abcd$ が奇数となる確率 $P_1$ を求めよ。

**問 2** $(a-1)(b-2)(c-3)(d-4) \neq 0$ となる確率 $P_2$ を求めよ。

**問 3** $a+b+c+d=7$ となる確率 $P_3$ を求めよ。

**問 4** $(a-1)(b-2)+cd=0$ となる確率 $P_4$ を求めよ。

**第 2 問** 三角形 ABC において，辺 AB を 2 : 1 に内分する点を D，辺 BC を 1 : 2 に内分する点を E，辺 CA の中点を F とする。また，直線 AE と直線 DF の交点を P とする。$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\vec{b}$, $\overrightarrow{\mathrm{AC}}=\vec{c}$, 辺 AB の長さを $s$，辺 AC の長さを $t$，角 BAC の大きさを $\theta$ とするとき，次の問いに答えよ。

**問 1** $\overrightarrow{\mathrm{AE}}$ を $\vec{b}$, $\vec{c}$ を用いて表せ。

**問 2** $\overrightarrow{\mathrm{AP}}$ を $\vec{b}$, $\vec{c}$ を用いて表せ。

**問 3** 線分 AP の長さを $s$, $t$, $\theta$ を用いて表せ。

**問 4** 点 P が三角形 ABC の外心（外接円の中心）であるとき，$\cos\theta$ の値を求めよ。

**第 3 問** 数列 $\{a_n\}$ は等差数列であり，初項 $a_1 = 3$，第 10 項 $a_{10} = 57$ であるとする。このとき，次の問いに答えよ。

**問 1** 数列 $\{a_n\}$ の公差 $d$ を求めよ。

**問 2** 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 10 項までの和 $T$ を求めよ。

**問 3** $f(x) = 2^x$ とし，$b_k = f(a_k) \quad (k = 1, 2, 3, \cdots)$ とするとき，$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} b_k$ を $n$ の式で表せ。

**問 4** $S_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} (a_k)^2$ とするとき，$S_n$ を $n$ の式で表せ。

**問 5** 問 4 で定めた $S_n$ について，$\dfrac{S_n}{n} \geqq 1500$ となる最小の $n$ を求めよ。

**第 4 問** 関数 $f(x) = \left(x - \frac{\sqrt{3}}{3}\right)^3 - \left(x - \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ について，次の問いに答えよ。

**問 1** 方程式 $f(x) = 0$ を解け。

**問 2** $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求め，方程式 $f'(x) = 0$ を解け。

**問 3** $f(x)$ の極値を求め，関数 $y = f(x)$ のグラフの概形をかけ。

**問 4** 区間 $t - 1 \leqq x \leqq t$ でとる $f(x)$ の最大値は $t$ の関数である。その関数を $F(t)$ とするとき，関数 $y = F(t)$ のグラフの概形をかけ。

**第 5 問** 関数 $f(x) = x + 2\cos x$，および曲線 $C : y = f(x)$ について，次の問いに答えよ。

**問 1** 曲線 $C_0 : y = f(x)$ $\left(0 \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{2}\right)$ の概形をかけ。

**問 2** 曲線 $C$ 上の点 $\mathrm{P}(a, f(a))$ における接線 $\ell$ の方程式を求めよ。ただし，$0 \leqq a \leqq \dfrac{\pi}{2}$ とする。

**問 3** 問 1 で定めた曲線 $C_0$ と問 2 で定めた接線 $\ell$，および 2 直線 $x = 0$，$x = \dfrac{\pi}{2}$ で囲まれた図形の面積 $S$ を $a$ を用いて表せ。

**問 4** 問 3 で定めた面積 $S$ の最小値を求めよ。

**第 6 問** 次の問いに答えよ。

**問 1** 関数 $f(x) = \dfrac{1}{x \log x}$ $(x > 1)$ は，常に単調に減少することを示せ。

**問 2** $n$ を 2 以上の自然数とするとき，定積分 $\displaystyle\int_n^{n+1} \frac{1}{x \log x}\, dx$ を求めよ。

**問 3** 問 1 と問 2 の結果を利用して

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \log n} = \infty$$

を証明せよ。