

平成 31 年 度

数 学

問 題 冊 子

[1] (1) $xy + 2 = 3(x - y)$ をみたす整数 x, y の組をすべて求めよ.

(2) $xy + 456 = 789(x - y)$ をみたす整数 x, y で、それらの差が 10 以下となる組をすべて求めよ.

[2] (1) $z + \frac{1}{z}$ が実数となるような複素数 z 全体を、複素数平面上で図示せよ.

(2) 複素数 z が 0 以外の実軸上を動くとき、 $w = z + \frac{1}{z}$ が複素数平面上で動く範囲を図示せよ.

(3) θ を実数とする. $z + \frac{1}{z} = 2\cos\theta$ となる複素数 z を求めよ.

(4) $z + \frac{1}{z} = z^5 + \frac{1}{z^5}$ をみたす複素数 z の個数を求めよ.

[3] 座標平面において、点 P は放物線 $y = x^2$ 上にあるとし、その x 座標は $-2 \leq x \leq 2$ をみたしているとする. また点 Q は $(1, 3)$ にあるとする. P と Q との距離が最大、最小となるときの P の x 座標はそれぞれ $-\frac{1}{2}$ 以上、 $\frac{3}{2}$ 以上であることを示し、さらにそれらの小数第 1 位までを求めよ.

[4] 数列 $\{a_n\}$ を $a_1 = 3, a_{n+1} = \frac{1+a_n}{1-a_n}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) で定義する.

(1) a_2, a_3, a_4, a_5 を求めよ.

(2) $S_n = \sum_{k=1}^{4n} \frac{a_k}{2^k}$ とおく. $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ を求めよ.

(3) $\{a_n\}$ の第 n^3 項を b_n で表し、数列 $\{c_n\}$ を $c_n = b_1 b_2 \cdots b_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) で定義する. c_1, c_2, c_3, c_4, c_5 を求めよ.

(4) (3) の $\{c_n\}$ に対し、 $T_n = \sum_{k=1}^{4n} c_k$ とおく. $\lim_{n \rightarrow \infty} T_n$ を求めよ.

