



平成 21 年 度 数 学

問 題 冊 子

注 意 事 項

1. 監督者の指示があるまで、この問題冊子を開いてはいけない。
2. この問題冊子は、6 ページに組んである。
教育学部，経済学部および観光学部受験者は，設問 1 ～ 4 を解答すること。
システム工学部受験者は，設問 1 ～ 3，5 ～ 6 を解答すること。
なお，落丁，乱丁および印刷不鮮明なものがあればすぐ申し出ること。
3. 解答用紙に必ず本学の受験番号を記入すること。解答用紙 1 枚に受験番号欄が 2 箇所ある。
4. 解答は，問題番号に対応する解答用紙に記入すること。
5. 解答用紙の裏面は原則として使用しないこと。
6. 記入した解答用紙は，裏返しにして机上におくこと。
7. 解答用紙の中の※の欄には記入してはいけない。
8. 解答用紙の交換は原則として行わない。
9. 試験終了後，問題冊子は持ち帰ること。

1

〔全学部共通〕

$$\log_2(1 + |2 - x|) - 3 \log_8 \frac{1}{1 + |x|} = 2$$

を満たす実数 x をすべて求めよ。

平行四辺形 ABCD において、辺 BC を $2:1$ に内分する点を E、辺 CD を $4:3$ に内分する点を F、線分 BD を $4:3$ に内分する点を P とする。さらに、線分 BD と線分 AE の交点を G、線分 BD と線分 AF の交点を H とする。また、 $\vec{b} = \overrightarrow{AB}$ 、 $\vec{d} = \overrightarrow{AD}$ とおく。

このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $\overrightarrow{AE}$ および $\overrightarrow{AF}$ を $\vec{b}$, $\vec{d}$ を用いて表せ。
- (2) $\overrightarrow{AG}$ および $\overrightarrow{AH}$ を $\vec{b}$, $\vec{d}$ を用いて表せ。
- (3) $\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{AB}$ が成り立つとき、 $AP \perp BD$ であることを示せ。

3

〔全学部共通〕

直線 $l_1: y = \sqrt{3}x$, 直線 $l_2: y = -\sqrt{3}x$ が与えられている。

$y_1 = 1$ とし, 中心が $(0, y_1)$ で l_1 と l_2 に接する円を C_1 と定める。

さらに, 次のように円 $C_2, C_3, \dots$ を順に定める。

円 C_k が定められているとき, l_1, l_2 と円 C_k に接する円を C_{k+1} と定め, その中心を $(0, y_{k+1})$ とする。ただし, $y_k < y_{k+1}$ とする。

このとき, 次の問いに答えよ。

(1) 円 C_n の半径を r_n とするとき, $\frac{r_n}{y_n}$ を求めよ。

(2) y_n を求めよ。

(3) 円 C_k の面積を S_k とするとき, $\sum_{k=1}^n S_k$ を求めよ。

5

〔システム工学部〕

(注：教育学部，経済学部および観光学部受験者は解答しないこと)

A を 2 次の正方行列, E を 2 次の単位行列とする。

$A^2 = A - E$ のとき, 次の問いに答えよ。

(1) $(A + E)^{-1} = \frac{1}{3}(2E - A)$ を示せ。

(2) 自然数 n に対して

$$B_n = A^{3n+2} - 2A^{3n+1} + 3A^{3n}$$

とおく。 B_n^{-1} は A, E, n を用いて表せることを示せ。

6

〔システム工学部〕

(注：教育学部，経済学部および観光学部受験者は解答しないこと)

次の問いに答えよ。

(1) 方程式 $x \tan x - 1 = 0$ は $0 < x < \frac{\pi}{3}$ の範囲で実数解 α をただ一つもつことを示せ。さらに， $\cos^2 \alpha = \frac{\alpha^2}{1 + \alpha^2}$ が成り立つことを示せ。

(2) $f(x) = \frac{1}{\cos x}$ とする。 $0 < x < \frac{\pi}{3}$ のとき， $f''(x) > 0$ を示せ。

(3) 曲線 $C: y = \frac{1}{\cos x}$ ($0 \leq x \leq \frac{\pi}{3}$) 上の点 $(\beta, \frac{1}{\cos \beta})$ における接線 l が原点を通るとき， C, l および y 軸で囲まれた図形を x 軸のまわりに回転してできる回転体の体積は $\frac{\pi(2 - \beta^2)}{3\beta}$ であることを示せ。
ただし， $0 < \beta < \frac{\pi}{3}$ とする。