

L E S T

平成 22 年 度 数 学

問 題 冊 子

注 意 事 項

1. 監督者の指示があるまで、この問題冊子を開いてはいけない。
2. この問題冊子は、6 ページに組んである。

教育学部、経済学部および観光学部受験者は、設問 1 ～ 4 を解答すること。

システム工学部受験者は、設問 1 ～ 3, 5 ～ 6 を解答すること。

なお、落丁、乱丁および印刷不鮮明なものがあればすぐ申し出ること。

3. 解答用紙に必ず本学の受験番号を記入すること。解答用紙 1 枚に受験番号欄が 2 箇所ある。
4. 解答は、問題番号に対応する解答用紙に記入すること。
5. 解答用紙の裏面は原則として使用しないこと。
6. 記入した解答用紙は、裏返しにして机上におくこと。
7. 解答用紙の中の※の欄には記入してはいけない。
8. 解答用紙の交換は原則として行わない。
9. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ること。

1

〔全学部共通〕

次の問いに答えよ。

(1) $-\pi \leq x < \pi$ とする。さらに x が $\cos x - \cos 2x \geq 0$ を満たすとき、
 $\sin x + \sqrt{3} \cos x$ のとりうる値の範囲を求めよ。

(2) x が $\log_2 x + \log_2(6 - x) \geq 0$ を満たすとき、
 $\log_2(1 + x) + \log_2(7 - x)$ のとりうる値の範囲を求めよ。

xy 平面上を原点 $(0, 0)$ から出発して動く点 P がある。1 個のさいころを投げ、1, 2 のいずれかの目が出れば点 P を x 軸の正の方向に 1 動かし、3, 4, 5, 6 のいずれかの目が出れば点 P を y 軸の正の方向に 1 動かす。これを点 P の x 座標、 y 座標のいずれか一方が 3 になるまでくり返すことを操作 A とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 操作 A によって点 P が点 $(3, 0)$, $(3, 1)$, $(3, 2)$ に到達する経路はそれぞれ何通りあるか。
- (2) 操作 A によって点 P の x 座標が 3 になる確率を求めよ。
- (3) 操作 A によって点 P が動く経路の長さの期待値を求めよ。

3

〔全学部共通〕

正三角形 OAB において、辺 AB , AO を $1:3$ に内分する点をそれぞれ P , Q とし、辺 AB の中点を R とする。直線 PQ 上の点 S を $OB \perp OS$ となるように定める。また、直線 BQ 上の点 T を $OT \perp BQ$ となるように定める。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とするとき、次の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{OT}$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ を用いて表せ。

(2) 3 点 R , S , T が同一直線上にあることを示せ。

5

〔システム工学部〕

(注：教育学部，経済学部および観光学部受験者は解答しないこと)

次の問いに答えよ。

(1) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x \, dx$ を求めよ。

(2) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 \cos x \, dx$ を求めよ。

(3) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (x^2 + a \cos x)^2 \, dx$ を最小にする実数 a の値を求めよ。

6

〔システム工学部〕

(注：教育学部，経済学部および観光学部受験者は解答しないこと)

双曲線 $x^2 - y^2 = 1$ の $x > 0$ の部分を C とする。 a を正の定数とし，点 $P(0, \frac{2}{a})$ に最も近い C 上の点を Q とする。また，点 $R(0, -a)$ を通る直線が点 S で C に接している。このとき，次の問いに答えよ。

- (1) 点 Q の座標および直線 PQ の傾きを a を用いて表せ。
- (2) 点 S の座標および直線 RS の傾きを a を用いて表せ。
- (3) 3 点 P, Q, R を通る円の直径を a を用いて表せ。