

L E S T

平成 23 年度 数 学

問 題 冊 子

注 意 事 項

1. 監督者の指示があるまで、この問題冊子を開いてはいけない。
2. この問題冊子は、6 ページに組んである。
教育学部、経済学部および観光学部受験者は、設問 1 ～ 4 を解答すること。
システム工学部受験者は、設問 1 ～ 3，5 ～ 6 を解答すること。
なお、落丁、乱丁および印刷不鮮明なものがあればすぐ申し出ること。
3. 解答用紙に必ず本学の受験番号を記入すること。解答用紙 1 枚に受験番号欄が 2 箇所ある。
4. 解答は、問題番号に対応する解答用紙に記入すること。
5. 解答用紙の裏面は原則として使用しないこと。
6. 記入した解答用紙は、裏返しにして机の上におくこと。
7. 解答用紙の中の※の欄には記入してはいけない。
8. 解答用紙の交換は原則として行わない。
9. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ること。

1

〔全学部共通〕

次の問いに答えよ。

(1) $\sin \theta = \frac{1}{5}$ であるとき, $\sin 3\theta$ の値を求めよ。

(2) $0 \leq x \leq \pi$ とする。このとき,

$$-2 \sin 3x - \cos 2x + 3 \sin x + 1 \leq 0$$

を満たすような x の範囲を求めよ。

平行四辺形 OABC において、

$$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CO} \cdot \overrightarrow{CA}$$

とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$, $\vec{c} = \overrightarrow{OC}$ とする。 $|\vec{c}|$ を $|\vec{a}|$ を用いて表せ。

また、 $\angle AOC$ の大きさを求めよ。

- (2) 辺 AB を $m : (1 - m)$ に内分する点を D, 辺 CB を $m : (1 - m)$ に内分する点を E とする。ただし、 $0 < m < 1$ である。線分 CD と線分 OE が垂直であるとき、 m の値を求めよ。

数列 $\{a_n\}$ を

$$a_n = \frac{10n + 3(-1)^n - 5}{2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) a_n は正の奇数であることを示せ。
- (2) a_n を 5 で割った余りは 1 または 4 であることを示せ。
- (3) 正の奇数のうち、5 で割った余りが 1 または 4 であるものすべてを、小さい方から順に並べてできる数列が $\{a_n\}$ であることを示せ。

4

〔教育学部・経済学部・観光学部共通〕

(注：システム工学部受験者は解答しないこと)

放物線 $C: y = \frac{1}{2}x^2$ 上に 2 点 $P(2p, 2p^2)$, $Q(2q, 2q^2)$ がある。ただし、 $p < q$ である。点 P における接線と点 Q における接線の交点を $A(\alpha, \beta)$ とする。また、放物線 C と 2 直線 PA , QA で囲まれる部分の面積を S とする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) α, β を p, q を用いて表せ。

(2) S を p, q を用いて表せ。

(3) $S = 9$ かつ $PA \perp QA$ のとき、 α, β の値を求めよ。

5

〔システム工学部〕

(注：教育学部，経済学部および観光学部受験者は解答しないこと)

$f(x) = 2x^2 - 15x + 16 + 11 \log x$ とする。このとき，次の問いに答えよ。

ただし，対数は自然対数であり，その底は $e = 2.718 \dots$ である。

(1) $x \geq 1$ のとき， $f(x) > 0$ であることを示せ。

(2) 曲線 $y = f(x)$ と x 軸および2直線 $x = 2$, $x = 3$ で囲まれる部分の面積を求めよ。

(3) $\log \frac{27}{4} > 1.8$ であることを示せ。

6

〔システム工学部〕

(注：教育学部，経済学部および観光学部受験者は解答しないこと)

$$A = \begin{pmatrix} 9 & 4 & 8 \\ -8 & -3 & -8 \\ 4 & 2 & 5 \end{pmatrix} \text{ とし, } E \text{ を 3 次の単位行列とする。}$$

このとき，次の問いに答えよ。

(1) $A^2 - 10A = -9E$ であることを示せ。

(2) $AB = \begin{pmatrix} -3 & 4 & -18 \\ 5 & -1 & 18 \\ -4 & 1 & -9 \end{pmatrix}$ を満たす行列 B を求めよ。