

L E S T

平成 24 年 度 数 学

問 題 冊 子

注 意 事 項

1. 監督者の指示があるまで、この問題冊子を開いてはいけない。
2. この問題冊子は、6 ページに組んである。
教育学部、経済学部および観光学部受験者は、設問 1 ～ 4 を解答すること。
システム工学部受験者は、設問 1 ～ 3, 5 ～ 6 を解答すること。
なお、落丁、乱丁および印刷不鮮明なものがあれば、すぐ申し出ること。
3. 解答用紙に必ず本学の受験番号を記入すること。解答用紙 1 枚に受験番号欄が 2 箇所ある。
4. 解答は、問題番号に対応する解答用紙に記入すること。
5. 解答用紙の裏面は原則として使用しないこと。
6. 記入した解答用紙は、裏返しにして机上におくこと。
7. 解答用紙の中の※の欄には記入してはいけない。
8. 解答用紙の交換は原則として行わない。
9. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ること。

1

〔全学部共通〕

次の問いに答えよ。

(1) $\log_5 11$ と $\log_6 15$ と $\frac{3}{2}$ の大小を比較し, 小さい方から順に並べよ。

(2) $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ とする。 $\tan \frac{\alpha}{4} = \frac{1}{5}$ であるとき, α と $\frac{\pi}{4}$ の大小を比較せよ。

2

〔全学部共通〕

平面上のベクトル $\vec{a}, \vec{b}$ が $|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{5}$ と $|2\vec{a} - \vec{b}| = 2$ を満たしている。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $|\vec{a}| = k$ とするとき、 $|\vec{b}|$ と $\vec{a} \cdot \vec{b}$ をそれぞれ k を用いて表せ。
- (2) $\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角が $\frac{\pi}{4}$ であるとき、 $|\vec{a}|$ と $|\vec{b}|$ の値をそれぞれ求めよ。

座標平面上に 2 点 $P_0(0, 0)$ と $P_1(1, 0)$ がある。 $n = 1, 2, 3, \dots$ に対して、点 P_{n+1} を以下のように順に定める。

線分 $P_{n-1}P_n$ を点 P_n を中心として時計まわりに 60° 回転させて得られる線分の上に、 $P_nP_{n+1} = \frac{1}{2}P_{n-1}P_n$ となるように点 P_{n+1} を定める。

このとき、次の問いに答えよ。

(1) P_3 の座標を求めよ。

(2) 自然数 k に対して、 P_{3k} , P_{3k+1} , P_{3k+2} の座標をそれぞれ求めよ。

4

〔教育学部・経済学部・観光学部共通〕

(注：システム工学部受験者は解答しないこと)

直線 l は、傾きが正で、2つの放物線

$$C_1: y = x^2$$

$$C_2: y = 4x^2 + 12x$$

に接している。このとき、次の問いに答えよ。

(1) 直線 l の方程式を求めよ。

(2) 放物線 C_1 , C_2 および直線 l で囲まれた図形の面積を求めよ。

5

〔システム工学部〕

(注：教育学部，経済学部および観光学部受験者は解答しないこと)

e を自然対数の底とし， $1 \leq a \leq e$ とする。

$$S = \int_0^1 x(2|e^x - a| + a) dx$$

とするとき，次の問いに答えよ。

(1) S を求めよ。

(2) S の最大値と最小値を求めよ。また，そのときの a の値をそれぞれ求めよ。ただし， $2.7 < e < 2.8$ であることを用いてよい。

6

〔システム工学部〕

(注：教育学部，経済学部および観光学部受験者は解答しないこと)

行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ について，次の問いに答えよ。

- (1) AB および ABA を求めよ。
- (2) 自然数 n に対して， $(AB)^n A$ を推測し，それが正しいことを数学的帰納法で証明せよ。
- (3) 自然数 n に対して， $(BA)^{n+1}$ を求めよ。