

L E S T

平成25年度 数 学

問 題 冊 子

注 意 事 項

1. 監督者の指示があるまで、この問題冊子を開いてはいけない。
2. この問題冊子は、6 ページに組んである。
教育学部、経済学部および観光学部受験者は、設問 1 ～ 4 を解答すること。
システム工学部受験者は、設問 1 ～ 3，5 ～ 6 を解答すること。
なお、落丁、乱丁および印刷不鮮明なものがあれば、すぐ申し出ること。
3. 解答用紙に必ず本学の受験番号を記入すること。解答用紙 1 枚に受験番号欄が 2 箇所ある。
4. 解答は、問題番号に対応する解答用紙に記入すること。
5. 解答用紙の裏面は原則として使用しないこと。
6. 記入した解答用紙は、裏返しにして机上におくこと。
7. 解答用紙の中の※の欄には記入してはいけない。
8. 解答用紙の交換は原則として行わない。
9. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ること。

数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ は次の条件を満たしている。

$$a_1 = -15, \quad a_3 = -33, \quad a_5 = -35$$

$\{b_n\}$ は $\{a_n\}$ の階差数列

$\{b_n\}$ は等差数列

また, $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ とする。このとき, 次の問いに答えよ。

(1) 一般項 a_n , b_n を求めよ。

(2) S_n を求めよ。

(3) S_n が最小となるときの n を求めよ。

次の問いに答えよ。

(1) 次の式が成り立つことを示せ。

$$\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) = 2 \cos \alpha \sin \beta$$

(2) 自然数 n に対して,

$$2 \sum_{k=1}^n \cos 2k\theta \sin \theta = \sin(2n+1)\theta - \sin \theta$$

が成り立つことを示せ。

(3) 自然数 n に対して,

$$\tan \frac{\pi}{4n} = \frac{1}{1 + 2 \sum_{k=1}^n \cos \frac{k\pi}{2n}}$$

が成り立つことを示せ。

a を正の定数とする。次の方程式で表される円 C_1 と放物線 C_2 がある。

$$C_1: (x-2a)^2 + y^2 = a^2, \quad C_2: y = \frac{2}{5a^2}x^2 + 1$$

C_1 の中心を P , C_2 の頂点を Q とし、

$$PR^2 - QR^2 = a^2 - 1$$

を満たす点 R の軌跡を C_3 とする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) C_3 を表す方程式を求めよ。

(2) C_1 と C_3 が共有点をもつとき、 C_2 と C_3 は共有点をもたないことを示せ。

4

〔教育学部・経済学部・観光学部共通〕

(注：システム工学部受験者は解答しないこと)

$0 < a < \frac{1}{3}$, $b > 0$ とする。放物線 $y = x^2 - 2a^2x$ の $x \geq 0$ の部分を曲線 C とする。直線 $l: y = b$ と C とが $0 < x < a$ の範囲で交わっている。さらに、 C と l と y 軸で囲まれる部分の面積と、 C と l と直線 $x = a$ で囲まれる部分の面積が等しい。このとき、次の問いに答えよ。

(1) b を a を用いて表せ。

(2) b を最大にする a の値と、そのときの b の値を求めよ。

5

〔システム工学部〕

(注：教育学部，経済学部および観光学部受験者は解答しないこと)

曲線 $C: y = xe^{-x^2}$ 上の点 (t, te^{-t^2}) における接線を l とする。
 $t > 1$ の範囲で l と x 軸の交点の x 座標を最小にするような t を t_0 とし，そのときの l を l_0 とする。このとき，次の問いに答えよ。

- (1) t_0 を求めよ。
- (2) $0 < x < t_0$ の範囲で C は上に凸であることを示せ。
- (3) C と l_0 と y 軸で囲まれる部分の面積を求めよ。

6

〔システム工学部〕

(注：教育学部，経済学部および観光学部受験者は解答しないこと)

$$A = \begin{pmatrix} 3 & a \\ a & b \end{pmatrix}, \quad O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ とする。}$$

$A^4 - 2A^3 - 3A^2 = O$ が成り立つような実数 a, b の組をすべて求めよ。