



平成31年度 数 学

問 題 冊 子

注 意 事 項

1. 監督者の指示があるまで、問題冊子を開かないこと。
2. 問題冊子は、6 ページに組んである。
教育学部、観光学部受験者は、設問 1 ～ 4 を解答すること。
システム工学部受験者は、設問 1 ～ 3, 5 ～ 6 を解答すること。
なお、落丁、乱丁及び印刷不鮮明なものがあれば、すぐに申し出ること。
3. 解答用紙に必ず本学の受験番号を記入すること。各解答用紙に受験番号欄が 2 箇所ある。
4. 解答は、解答用紙の指定された解答欄に記入すること。異なる解答用紙・解答欄に記入されたものは採点されない。
5. 解答用紙の裏面は記入しないこと。解答用紙の裏面に記入されたものは採点されない。
6. 記入した解答用紙は、裏返して机上に置くこと。
7. 解答用紙の※の欄は記入しないこと。
8. 解答用紙の交換は原則として行わない。
9. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ること。

$\triangle OAB$ において、辺 AB を $3:2$ に内分する点を P 、辺 OB を $1:3$ に内分する点を Q 、直線 OP と直線 AQ の交点を R とする。また、 $|\overrightarrow{OA}| = 1$ 、 $\angle AOB = 60^\circ$ 、 $\overrightarrow{OP} \perp \overrightarrow{AQ}$ とする。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とするとき、次の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{OP}$ 、 $\overrightarrow{AQ}$ を $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ を用いて表せ。

(2) $|\overrightarrow{AR}| : |\overrightarrow{RQ}|$ を求めよ。

(3) $|\vec{b}|$ を求めよ。

(4) $\triangle OAR$ の面積 S を求めよ。

2

〔教育学部・システム工学部・観光学部共通〕

一次不定方程式 $5x + 3y = 1$ の整数解 (x, y) のうち, $0 \leq x \leq n$ を満たすものの個数を a_n と定めることにより, 数列 $\{a_n\}$ を定義する。
次の問いに答えよ。

(1) 一次不定方程式 $5x + 3y = 1$ の整数解をすべて求めよ。

(2) a_{20} の値を求めよ。

(3) $\sum_{k=1}^{100} a_k$ の値を求めよ。

(4) $\sum_{k=1}^n a_k \geq 15000$ となる最小の自然数 n を求めよ。

3

〔教育学部・システム工学部・観光学部共通〕

座標平面上で，連立不等式

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 4 \\ (x - y + 2)(2x + y - 2) \leq 0 \end{cases}$$

の表す領域を D とする。

点 (x, y) が領域 D を動くとき，次の問いに答えよ。

(1) $x + y$ の最大値と最小値を求めよ。

(2) $x^2 + y^2 - 2x - 2y$ の最小値と，そのときの x, y を求めよ。

4

〔教育学部・観光学部共通〕

(注：システム工学部受験者は解答しないこと)

$a > 0$ とし、 $f(x) = x^3 - x$ とおく。曲線 $y = f(x)$ を C とし、 C 上の点 $(a, f(a))$ における接線 $y = g(x)$ を l とする。 C と l の共有点のうち、接点でない点の x 座標を b とおく。 c は $b \leq c \leq a$ を満たし、 $f(x) - g(x)$ は $b \leq x \leq a$ における最大値を $x = c$ でとるとする。

次の問いに答えよ。

(1) b を a を用いて表せ。

(2) c を a を用いて表せ。

(3) C と l で囲まれた図形において、 x 座標が c 以下の部分の面積を S_1 、 x 座標が c 以上の部分の面積を S_2 とおく。 $S_1 : S_2$ を求めよ。

5

〔システム工学部〕

(注：教育学部および観光学部受験者は解答しないこと)

$f(x) = 2^x - x$ とおく。次の問いに答えよ。

ただし、 $e > 2.7$, $\log 2 > 0.69$ を利用してよい。

(1) $f'(x)$ を求めよ。

(2) $f'(x) = 0$ となる x を求めよ。

(3) $f(x)$ の最小値が正であることを示せ。

(4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{e^x} = 0$ を示せ。

6

〔システム工学部〕

(注：教育学部および観光学部受験者は解答しないこと)

a, b, c を実数とし、3次方程式 $z^3 + az^2 + bz + c = 0$ の3つの解を α, β, γ とする。複素数平面上に3点 $A(\alpha), B(\beta), C(\gamma)$ をとる。 $\alpha = i$ のとき、次の問いに答えよ。

(1) b の値を求めよ。

(2) A, B, C が一直線上にないとき、 $\triangle ABC$ は二等辺三角形であることを示せ。

(3) $\triangle ABC$ が正三角形になるとき、 a と c の値を求めよ。

