

数 学

(問 題)

(96 教育)

注 意 事 項

1. 問題冊子および解答用紙は試験開始の合図があるまで開かないでください。
2. 問題は4～5ページに記載されています。
3. 解答はすべて解答用紙の所定欄に黒鉛筆（HB）で記入してください。
4. 受験番号および氏名は解答用紙の所定欄（2カ所）に記入してください。
5. 問題冊子は持ち帰ってください。

1 次の に当てはまる数または式を解答用紙の指定欄に記入しなさい.

(1) 多項式 $x^4 - 8x^2 + 12$ が $x^2 + ax + b$ で割り切れるとき,

$$a = \boxed{\text{ア}}, b = \boxed{\text{イ}}$$

である. ただし, $a > 2$, $b > 2$ とする.

(2) 行列 $P = \begin{pmatrix} 1-a & b \\ a & 1-b \end{pmatrix}$, および自然数 n に対して,

$$P^n \begin{pmatrix} b \\ a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boxed{\text{ウ}} \\ \boxed{\text{エ}} \end{pmatrix}, P^n \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boxed{\text{オ}} \\ \boxed{\text{カ}} \end{pmatrix}$$

である.

(3) 関数 $y = e^{-x} \sin 2x$ について,

$$y'' + 2y' + y = \boxed{\text{キ}}$$

が成り立つ.

2 平面上の点 $A(a, a-1)$ から, 放物線 $y = x^2$ にひいた2つの接線の接点を P, Q とする.

(1) 直線 PQ と放物線 $y = x^2$ とで囲まれた部分の面積 S を求めなさい.

(2) 点 A が直線 $y = x - 1$ の上を動くとき, 面積 S の最小値を求めなさい.

3 関数 $f(x) = x^2 + ax + b$, $g(x) = \frac{1}{x+1}$ について

$$\lim_{x \rightarrow p} \frac{f(x) - g(x)}{(x-p)^2}$$

が有限な値になるように a , b の値を定め, その極限値を求めなさい.
ただし $p > 0$ とする.

4 座標空間内の円板 D , E を

$$D = \{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 \leq 1, z = 0\},$$

$$E = \{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 \leq r^2, z = 1\}$$

とする. ただし $r > 0$ である. また, 円板 D , E の周上の点

$$(\cos \theta, \sin \theta, 0), (r \sin \theta, -r \cos \theta, 1)$$

を結ぶ直線を g とする. いま θ が $0 \leq \theta < 2\pi$ を動くとき, 直線 g の描く曲面 F と, 円板 D , E によって囲まれる図形の体積を求めなさい.