

数 学

(問 題)

(96 人科)

注 意 事 項

1. 問題冊子および解答用紙は試験開始の合図があるまで開かないこと。
2. 問題は問題冊子の第4ページに記載されている。
3. 受験番号(算用数字)・氏名は、指示に従ってただちに解答用紙の所定欄(2カ所)に記入し、それ以外に記入してはならない。
4. 解答はすべて解答用紙の所定の欄に黒鉛筆(HB)で記入すること。
5. 途中経過を必ず書くこと。
6. 計算には問題冊子の余白を使用すること。
7. 計算器を使用してはならない。
8. 問題冊子は持ち帰ること。
9. 試験終了時には解答用紙を裏返して机の上におき、指示を待つこと。

[1] 関数 $y = \log_3(x+3)$ の逆関数を $y = f(x)$ とするとき

$$f(3x) - f(2x) \leq 3(f(x) + 2)$$

を満たす x の値の範囲を求めなさい。ただし $x > -3$ とする。

[2] 平面上に、点 O で 60° の角をなす半直線 OX , OY と、角 XOY の 2 等分線 OZ がある。ただし、半直線 OX , OY , OZ 上の点 A , B , C は、それぞれ、点 O から 4 cm , 2 cm , $\sqrt{3}\text{ cm}$ の距離にある。

いま、半直線 OX , OY , OZ 上の動点 P , Q , R が、それぞれ、点 A , B , C から同時に出発し、点 P , Q は、それぞれ、毎秒 2 cm , 1 cm の速さで点 O に近づき、点 R は毎秒 $\sqrt{3}\text{ cm}$ の速さで点 O から遠ざかる。

このとき 3 角形 PQR の面積の最大値を求めなさい。また、点 P , Q , R が一直線上に並ぶのは、出発してから何秒後になるかを答えなさい。

[3] 実数 t が $t \geq 0$ を動くとき、直線 $y = 3t^2x - 2t^3$ が通る平面上の点の集合を A とする。

このとき、点 $P(a, b)$ に対して $P \in A$ となるための必要十分条件を求めなさい。ただし $a > 0$ とする。