

数 学

(問 題)

(96 社)

注 意 事 項

1. 問題冊子および解答用紙は、試験開始の合図があるまで開かないこと。
2. 問題は2～3ページに記載されている。
3. 解答はすべて解答用紙の所定欄に黒鉛筆（HB）で記入すること。
4. 受験番号および氏名は、解答用紙の所定欄（2か所）に記入すること。
5. 計算機能付き腕時計は、試験時間中は机上に受験票と並べて置き、手を触れないこと。
6. コンパス、分度器、定規を使用してもよい。
7. 問題冊子は持ち帰ること。

座標平面上の2点 $P(x, y)$, $Q(X, Y)$ の間に,

$$X = 2^x + 2^y, \quad Y = 2^x - 2^y$$

なる関係がある。次の問に答えよ。

- (1) $X = 3$, $Y = 1$ のとき, x, y の値を求めよ。
- (2) 点 P の座標が (a, b) のとき, 点 Q の座標が (α, β) となるものとすれば, 点 P の座標が $(3a, 3b)$ のときの点 Q の座標を α, β で表せ。
- (3) 点 P が直線 $x + y = 1$ 上を動くとき, 点 Q はどんな曲線上を動くか。その曲線の方程式を求め, グラフをかけ。

数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ が

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} a_{n-1} \\ b_{n-1} \end{pmatrix} \quad (n = 2, 3, 4, \dots)$$

ただし, $A = \begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{pmatrix}$

で与えられるとき, 次の問に答えよ。

- (1) a_{n-3} , b_{n-3} ($n = 4, 5, 6, \dots$) をそれぞれ a_n , b_n を用いて表せ。
- (2) 数列 $\{c_n\}$ を

$$c_n = a_n^2 + b_n^2 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定義するとき, c_n を n の式で表せ。

- (3) $a_n = p_n \cos \theta_n$, $b_n = p_n \sin \theta_n$ とするとき, $\cos(\theta_n - \theta_{n-1})$ の値を求めよ。
ただし, $p_n > 0$, $0^\circ \leq \theta_n < 360^\circ$ とする。

x の関数

$$\int_a^x f(t) dt = x^3 - x^2 - 2x + a^2 \quad (a > 0)$$

について、次の問に答えよ。

(1) a の値を求めよ。

(2) $\int_a^x f(t) dt > 0$ となる x の値の範囲を求めよ。

(3) 曲線 $y = \int_a^x f(t) dt$ のグラフと x 軸で囲まれる部分の面積を求めよ。