

数 学

(問 題)

(98 政経)

注 意 事 項

1. 問題冊子および解答用紙は、試験開始の合図があるまで開かないこと。
2. 問題は2～3ページに記載されている。
3. 問1，問2，問3の全問を解答せよ。
4. 解答はすべて解答用紙の所定の欄に黒鉛筆（HB）で記入すること。
コンパス，定規は使用してもよい。
5. 受験番号および氏名は解答用紙の所定の欄（2か所）に記入すること。
6. 問題冊子は持ち帰ること。

問1 次の空欄にあてはまる数値を解答欄に記入せよ。

$$\text{直線 } \ell: y = \frac{1}{2}x$$

$$\text{曲線 } c: y = -x^2 + \frac{5}{2}x$$

がある。

(1) 原点以外の ℓ と c の交点 P における c の接線の傾き m は、 $m = \boxed{\text{ア}}$ である。

(2) 点 P を通り、点 P における接線の傾きが m である曲線 d の方程式が

$$y = x^2 + px + q$$

であるとする、 $p = \boxed{\text{イ}}$ 、 $q = \boxed{\text{ウ}}$ である。また、 d と ℓ とのもう一つの交点 Q の x 座標は、 $x = \boxed{\text{エ}}$ である。

(3) 直線 ℓ と曲線 c が囲む図形の面積と直線 ℓ と曲線 d が囲む図形の面積との和 S は、 $S = \boxed{\text{オ}}$ である。

問2 相異なる任意の実数 a, b に対して、不等式

$$|f(a) - f(b)| < |a - b|^2$$

をみたす関数 $f(x)$ がある。このとき、 $a=0$ にとり、いったん b を固定する。そして a, b でつくられる区間を n 等分し、 $f(x)$ が定数値関数であることを示せ。

問3 次の間に答えよ。

(1) k, n を正の整数とし,

$$S_k = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots + (-1)^{k-1} \frac{1}{k}$$

$$T_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{n+(n-1)} + \frac{1}{n+n}$$

とする。このとき、等式 $S_k = T_n$ が成立する k を n で表せ。また、その等式を n に関する数学的帰納法によって証明せよ。

(2) n を正の整数とするとき、 S_n の最大値と最小値を求め、解答欄にそれらの値を記入せよ。また、その理由を示せ。