

数 学

(問 題)

(98 社)

注 意 事 項

1. 問題冊子および解答用紙は、試験開始の合図があるまで開かないこと。
2. 問題は2～3ページに記載されている。
3. 解答はすべて解答用紙の所定欄に黒鉛筆（HB）で記入すること。
4. 受験番号および氏名は、解答用紙の所定欄（2か所）に記入すること。
5. 計算機能付き腕時計は、試験時間中は机上に受験票と並べて置き、手を触れないこと。
6. コンパス、分度器、定規を使用してもよい。
7. 問題冊子は持ち帰ること。

直線 $l: 2x + py - 3q = 0$ において、実数 p, q が $3p - q + 2 = 0$ なる関係を満たしながら変化する。次の問に答えよ。

- (1) この直線は、かならず定点 (P とする) を通ることを示せ。
- (2) 2点 $O(0, 0)$, $Q(-1, 2)$ と定点 P の3点を通る円 C の方程式を求めよ。
- (3) 直線 l が定点 P で円 C に接するとき、 p, q の値を求めよ。
- (4) 円 C の内部に周を含めた領域の点 (x, y) で、 $x + 2y$ のとり得る値の範囲を求めよ。

n を自然数とする。次の問に答えよ。

- (1) $2^2 \leq x < 2^3$ と $0 < y \leq \log_2 x$ を同時に満たす整数の組 (x, y) は何個あるか。
- (2) $2^n \leq x < 2^{n+1}$ と $0 < y \leq \log_2 x$ を同時に満たす整数の組 (x, y) は何個あるか。
- (3) $2^1 \leq x < 2^{n+1}$ と $0 < y \leq \log_2 x$ を同時に満たす整数の組 (x, y) は何個あるか。

座標平面上に、原点 O を中心とする半径 1 の円 C_1 と半径 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ の円 C_2 がある。 $D = \{(x, y) \mid x \geq 0, y \geq 0\}$ で表される領域で、円 C_1 の周上に 2 点 P, Q をとる。線分 OP, OQ が x 軸の正の部分となす角をそれぞれ θ, θ' ($0^\circ \leq \theta' < \theta \leq 90^\circ$) とする。次の問に答えよ。

- (1) 2 点 P, Q の間の距離を θ, θ' を用いて表せ。
- (2) 2 点 P, Q を直径の両端とする円が、円 C_2 と接するとき、 $\theta - \theta'$ の値を求めよ。
- (3) 原点 O を中心とする半径 r の円 C_3 が、 2 点 P, Q を直径の両端とするいかなる円とも共有点をもたないとき、 r のとり得る値の範囲を求めよ。