

数 学

(問 題)

(98 人科)

注 意 事 項

1. 問題冊子および解答用紙は試験開始の合図があるまで開かないこと。
2. 問題は問題冊子の第4ページと第5ページに記載されている。
3. 受験番号(算用数字)・氏名は、指示に従ってただちに解答用紙の所定欄(2カ所)に記入し、それ以外に記入してはならない。
4. 解答はすべて解答用紙の所定の欄に黒鉛筆(HB)で記入すること。
5. 問3は、途中経過を必ず書くこと。
6. 計算には問題冊子の余白を使用すること。
7. 計算器を使用してはならない。
8. 問題冊子は持ち帰ること。
9. 試験終了時には解答用紙を裏返して机の上におき、指示を待つこと。

問1. 三角形 ABC は、角 A が鋭角で、辺 BC の長さが 4、外接円の半径が $\frac{7}{\sqrt{10}}$ 、内接円の半径が $\frac{2}{\sqrt{10}}$ である。三角形 ABC の他の 2 辺の長さを次のようにして求めた。

次の に当てはまる数を解答用紙の指定欄に記入しなさい。

辺 AC の長さを b 、辺 AB の長さを c とする。

正弦定理から

$$\sin A = \text{ア}$$

であるので、三角形 ABC の面積 S は

$$S = \text{イ} bc$$

である。一方、内接円の半径を用いて S を求めると、

$$S = \text{ウ} (4 + b + c)$$

である。したがって、

$$bc = \text{エ} (b + c) + \text{オ} \cdots \cdots (1)$$

が成り立つ。

また

$$\cos A = \text{カ}$$

である。したがって、余弦定理から

$$\text{キ} = b^2 + c^2 - \text{ク} bc \cdots \cdots (2)$$

が成り立つ。

等式 (1) および (2) から、求める 2 辺の長さ b, c は

$$\begin{cases} b = \text{ケ} \\ c = \text{コ} \end{cases} \quad \text{または} \quad \begin{cases} b = \text{コ} \\ c = \text{ケ} \end{cases}$$

である。

問2. 次の に当てはまる整数を解答用紙の指定欄に記入しなさい.

a, d を 1 から 9 までの数字, b, c, e, f を 0 から 9 までの数字とする.

自然数 N は $abcdef$ で表される 6 桁の数である. 前の 3 桁と後の 3 桁を入れ替えた $defabc$ で表される自然数を M とすると, M は N の 6 倍から 35 を引いた数となった.

このような自然数 N は次のようにして求められる.

abc で表される 3 桁の数を x , def で表される 3 桁の数を y とおくと, N と M の関係より,

$$\text{サ} \quad x = \text{シ} \quad y + 5$$

となる. この式は

$$y = \text{ス} \quad x + \frac{\text{セ}}{\text{シ}} (x - 1)$$

と変形される. したがって $x - 1$ は シ の倍数となる.

そこで $100 \leq x \leq 999$, $100 \leq y \leq 999$ に注意すると N は ソ である.

問3. 関数 $f(x)$ と $g(x)$ を

$$f(x) = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2, \quad g(x) = \int_a^x f(t) dt$$

とする. 放物線 $y = f(x)$ と曲線 $y = g(x)$ が異なる 3 点で交わるような a の値の範囲を求めなさい.