

数 学

(問 題)

(99 教育)

注 意 事 項

1. 問題冊子および解答用紙は試験開始の合図があるまで開かないこと。
2. 問題は4～5ページに記載されている。
3. 解答はすべて解答用紙の所定欄に黒鉛筆（HB）で記入すること。
4. 受験番号および氏名は解答用紙の所定欄（2カ所）に記入すること。
5. 問題冊子は持ち帰ること。

1 次の に当てはまる数または式を解答用紙の指定欄に記入せよ。

(1) n を正整数とする。1 以上 $15n$ 以下の整数のうち、3 の倍数でも 5 の倍数でもない数の総和は イ である。

(2) 数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1 = 1, \quad a_n = 2a_{\left[\frac{n}{2}\right]} + n \quad (n = 2, 3, \dots)$$

で定める。ただし、 $[x]$ は、 x を越えない最大の整数を表す。自然数 k に対して $n = 2^k$ であるとき、 a_n を n の式で表すと □ である。

(3) 次の 3 条件 (i), (ii), (iii) を満たすような行列 $A = \begin{pmatrix} 5 & b \\ c & d \end{pmatrix}$ は全部で ハ 個存在する。

(i) $A^2 = A$, (ii) $b \neq 0$, (iii) 成分はすべて整数。

(4) 複素数 z が $|z - 1| = 2$ を満たすとき、複素数 $w = iz + 3$ で表される点 $P(w)$ は、中心が ニ の円周上にある。

2 a を実数とし、 $f(x) = x^2 + \frac{2}{x^2 + a} - 2$ とする。また、 x の方程式 $f(x) = 0$ は相異なる 3 個の実数解をもつとする。

(1) a の値を求めよ。

(2) 曲線 $y = f(x)$ と x 軸とで囲まれる部分の面積を求めよ。

- 3 $\triangle ABC$ において、 $\angle A$ の 2 等分線と辺 BC との交点を D とし、その外接円の中心を O とする。

$$AB = 2, AC = 3, \angle A = \theta, \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} = \vec{b}, \frac{1}{3} \overrightarrow{AC} = \vec{c}$$

とするとき、次の問に答えよ。

- (1) $\overrightarrow{AD}$ を $\vec{b}, \vec{c}$ で表せ。また、 $\overrightarrow{AO}$ を $\vec{b}, \vec{c}, \theta$ で表せ。
- (2) $OC \perp AD$ となるとき、 $\cos \theta$ を求めよ。

- 4 座標平面上に 3 点 $A_0(0, \sqrt{3})$, $B(-1, 0)$, $C(1, 0)$ がある。 $0 < r < 1$ とする。線分 A_0C 上に $A_0C_1 = r A_0C$ となるように点 C_1 をとり、三角形 A_0BC の外側に正三角形 $A_1A_0C_1$ を作る。

以下、正三角形 $A_k A_{k-1} C_k$ が与えられたとき、線分 $A_k C_k$ 上に $A_k C_{k+1} = r A_k C_k$ となるような点 C_{k+1} をとり、三角形 $A_k A_{k-1} C_k$ の外側に正三角形 $A_{k+1} A_k C_{k+1}$ を作る。

点列 $\{A_k\}$ が収束する点を求めよ。