

数 学

(問 題)

(99 社)

注 意 事 項

1. 問題冊子および解答用紙は、試験開始の合図があるまで開かないこと。
2. 問題は4～5ページに記載されている。
3. 解答はすべて解答用紙の所定欄に黒鉛筆（HB）で記入すること。
4. 受験番号および氏名は、解答用紙の所定欄（2か所）に記入すること。
5. 計算機能付き腕時計は、試験時間中は机上に受験票と並べて置き、手を触れないこと。
6. コンパス、分度器、定規を使用してもよい。
7. 問題冊子は持ち帰ること。

複素数平面上で、 $A(\alpha)$, $B(\beta)$ は

$$\alpha^2 + \beta^2 = \alpha\beta, \quad |\alpha - \beta| = 3$$

を満たす 0 と異なる複素数を表す点とする。次の問に答えよ。

- (1) $\frac{\alpha}{\beta}$ を求めよ。
- (2) α の絶対値を求めよ。
- (3) 原点 O と $A(\alpha)$, $B(\beta)$ を結んでできる $\triangle OAB$ の面積を求めよ。

2 次関数

$$y = f(x) = -\frac{1}{\alpha\beta}x^2 + \frac{4}{\alpha + \beta}x$$

について、 α , β は $\alpha > 0$, $\beta > 0$ の範囲で動くものとする。次の問に答えよ。

- (1) 関数 $y = f(x)$ のとりうる最大の値を求めよ。
- (2) 原点 O と曲線 $y = f(x)$ の頂点を結ぶ直線が、曲線 $y = f(x)$ と囲む図形の面積を S_1 とする。さらに曲線 $y = f(x)$ が x 軸と囲む図形の面積を S_2 とするとき、

$$\text{面積の比の値} \quad \frac{S_1}{S_2}$$

を求めよ。

- (3) 実数 x , y が 3 つの条件

$$y = f(x), \quad x = f(y), \quad x \neq y$$

を同時に満たすとき、 $\alpha + \beta$ の値の範囲を求めよ。

xy 平面上の動点 P は、点 (a, b) (a, b は整数) を出発点とし、毎回のコイン投げの試行結果 (表または裏) によって、順次格子点 (座標がともに整数である点) を結んだ折れ線 (以下経路とよぶ) をえがいて移動する。

ここで、各試行は独立とし、1 回の試行で表の出る確率は $\frac{1}{2}$ で

表が出たとき、点 (p, q) から点 $(p+1, q+1)$ へ、

裏が出たとき、点 (p, q) から点 $(p+1, q-1)$ へ、

移動する。次の問に答えよ。

- (1) 7 回の試行で、点 P は原点 $(0, 0)$ を出発し、点 $(7, 3)$ まで移動した。

点 P の経路の総数を求めよ。

- (2) m 回の試行で、点 P は原点 $(0, 0)$ を出発し、点 (m, n) まで移動した。

点 P の経路の総数を求めよ。

- (3) $m-1$ 回 ($m > 2$) の試行で、点 P は点 $(1, 1)$ を出発し、 x 軸上のある点 $K(k, 0)$ (k は $1 < k < m$ なる偶数) を通って、点 (m, n) ($n > 0$) まで移動した。このときの点 P の経路の総数を N_1 とする。

同様に、 $m-1$ 回の試行で、点 P は点 $(1, -1)$ を出発し、点 K を通って点 (m, n) まで移動した。このときの点 P の経路の総数を N_2 とする。

比の値 $\frac{N_1}{N_2}$ を求めよ。

- (4) m 回 ($m > 2$) の試行で、点 P は原点 $(0, 0)$ を出発し、点 (m, n) ($n > 0$) まで移動した。原点出発後の点 P の経路のうちで、 x 軸と共有点をもたないものの総数を求めよ。