

1

次の

にあてはまる数を解答用紙の所定欄に記入せよ。

(1) 2000^{2000} を 12 で割ったときの余りは である。

(2) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \leq \frac{1}{2}$, $x > 2$, $y > 2$ のとき $2x + y$ の最小値は である。

(3) 1 から 12 までの数を 1 つずつ記した 12 枚のカードがある。この中から無作為に 4 枚のカードを取り出すとき、この 4 枚のカードに記した数の最小値が 7 である確率を既約分数で表すと となる。

(4) a, b, c, d は実数の定数である。方程式 $x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ は 4 つの虚数解をもつ。その解のうち、ある 2 つの和は $19 + 2i$ であり、他の 2 つの積は $4 + 5i$ である。このとき b の値は である。ここに $i = \sqrt{-1}$ である。

2

 a は実数の定数とする。

$$a_1 = a$$

$$a_n = 3^n - 5a_{n-1} \quad (n \geq 2)$$

で定まる数列 $\{a_n\}$ について、次の問に答えよ。

- (1) 一般項 a_n を a と n の式で表せ。
- (2) 任意の自然数 n に対し, $a_{n+1} > a_n$ が成り立つときの a の値を求めよ。

3 xy 平面上に 2 つの動点 A, B がある。動点 A は、原点 $(0, 0)$ を中心とする半径 1 の円周上を毎秒 a の速さで時計の針と逆回りに動き、動点 B は、 $(1, 0)$ を中心とする半径 2 の円周上を毎秒 $4a$ の速さで時計の針と逆回りに動く。ただし $a > 0$ とする。ある時刻に動点 A は $(1, 0)$ 、動点 B は $(3, 0)$ の位置にあった。

A, B が最も接近するときと、最も離れるときの A, B 間の距離を求めよ。

4

n は自然数とする。次の間に答えよ。

$$(1) \quad S_n = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \cdots + (-1)^n \frac{1}{2n+1}$$

とする。このとき、 S_{98} , S_{101} , S_{104} の大小を判定せよ。

$$(2) \quad Q_n(x) = 1 - x^2 + x^4 - \cdots + (-1)^n x^{2n}$$

$$R_n(x) = \frac{1}{1+x^2} - Q_n(x)$$

とおく。このとき $\left| \int_0^1 R_n(x) dx \right|$ と $\frac{1}{2n+3}$ との大小を判定せよ。

(3) 無限級数

$$1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \cdots + (-1)^n \frac{1}{2n+1} + \cdots$$

の和、すなわち $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ の値を求めよ。

[以 下 余 白]