

1

$x = \sqrt{2}(\sin \theta - \cos \theta)$, $y = -2 \sin \theta \cos \theta$ について、次の問に答えよ。

ただし、 $0^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$ とする。

(1) x のとりうる値の範囲を求めよ。

(2) y のとりうる値の範囲を求めよ。

(3) 点 (x, y) 全体の集合を図示せよ。

(4) 点 (x, y) 全体の集合と、 x 軸、 y 軸とで囲まれた図形の面積を求めよ。

x の整式 ax^{n-1} を 1 次式 $x-r$ で割った余りを a_n とする。この a_n を一般項とする数列 $\{a_n\}$ について、次の問に答えよ。ただし、 a, r はそれぞれ 1 でない定数とする。

(1) 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n と積 P_n をそれぞれ求めよ。

(2) $a_nb_n=1$ となる数列 $\{b_n\}$ の初項から第 n 項までの和 T_n を求めよ。

(3) $R_n = \frac{S_n}{T_n}$ とするとき、 P_n を R_n を用いて表せ。

(4) $a=2, r=\frac{1}{2}$ とするとき、 $P_n^2 \leq 2^{-10}$ を満たす最小の整数 n を求めよ。

座標平面上に 2 点 $P(r \cos \theta, r \sin \theta)$, $Q\left(\frac{1}{r} \cos \theta, \frac{1}{r} \sin \theta\right)$ がある。原点を O とするとき、次の問に答えよ。ただし、 $r > 0$, $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$ とする。

(1) 内積 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ}$ を求めよ。

(2) $x_1 = r \cos \theta$, $y_1 = r \sin \theta$, $x_2 = \frac{1}{r} \cos \theta$, $y_2 = \frac{1}{r} \sin \theta$ とおく。 $x_1 + y_1$, $x_1^2 + y_1^2$ をそれぞれ x_2 , y_2 を用いて表せ。

(3) 点 P が直線 $x_1 + y_1 = 1$ 上を動くとき、点 Q が描く図形の方程式を求めよ。

[以 下 余 白]