

問1 放物線

(A) $y = -x^2 + 2px + q$, ただし, $-2 < p < 4$

が, 2つの放物線

(B) $y = x^2 - 8x + 16$

(C) $y = 7x^2 + 28x + 16$

の両方に接するように, p, q を定めると, $p = \boxed{\text{ア}}$, $q = \boxed{\text{イ}}$ である。ただし, 2つの放物線が接するとは, 共有点をもち, 共有点において共通の接線をもつことであり, その共有点を接点と呼ぶ。(A) と (B) の接点 P の x 座標 x_1 は $\boxed{\text{ウ}}$ で, (A) と (C) の接点 Q の x 座標 x_2 は $\boxed{\text{エ}}$ である。また, このとき, 3つの放物線 (A), (B), (C) で囲まれる三角形領域 PQR の面積 S は $\boxed{\text{オ}}$ である。ここに, $R = (0, 16)$ とする。

問 2 $-90^\circ < \theta < 90^\circ$ とする。このとき、 x の方程式

$$(\sin \theta) x^2 + 2(\cos 2\theta) x + \cos 2\theta = 0$$

が、少なくとも 1 つの実数解をもつような θ の範囲を求め、その範囲を解答欄に記入せよ。また、その理由も記せ。

問3 下図のように、1つの入口と7つの出口（出口番号0, 1, ..., 6）からなる通路がある。○印は分岐点で、この通路は、矢印の方向にだけ進むことができる。このとき、次の問いに答えよ。

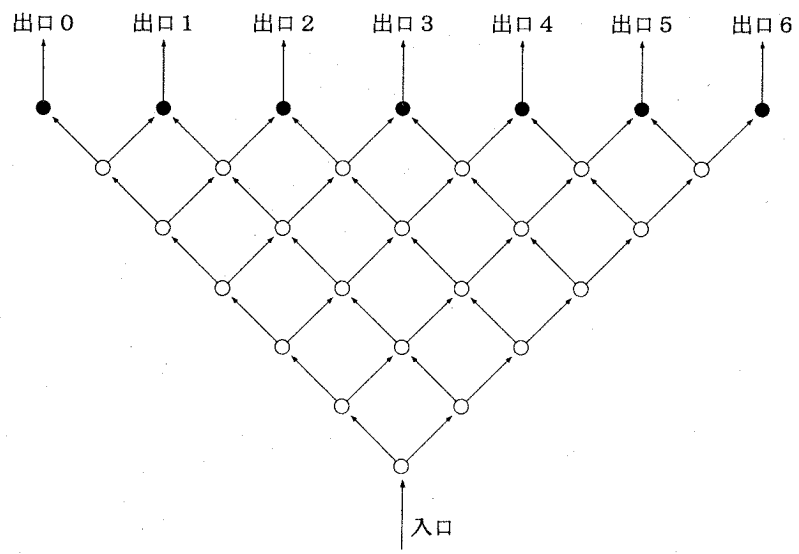
- (1) 入口から入って出口2へ至る経路の総数を求め、解答欄に答のみ記入せよ。
- (2) 入口からネズミを1匹入れる。このネズミは、次の条件 a, b にしたがって、いずれかの出口に出るものとする。

a. 各分岐点において、上方へ向かって右側の通路を選ぶ確率は p 、左側の通路を選ぶ確率は $1 - p$ である。ただし、 $0 < p < 1$ とする。

b. 各分岐点における選択は、他の分岐点における選択と互いに独立に行われる。

このとき、入口から入ったネズミが出口2へ出る確率を、 p を用いた式で表し、解答欄に答のみ記入せよ。

- (3) 上記の条件をみたすように行動するネズミを使う。また、それぞれの出口には、出口番号と同じ数のチーズ片を置く。 $p = \frac{2}{3}$ のとき、ネズミが食べることのできるチーズ片の個数の期待値を求めよ。その値を解答欄に記入し、また、その理由も記せ。



問 4 数列 $\{a_n\}$ ($n=1, 2, 3, \dots$) があるとき、初項から第 n 項までの和を S_n ($n=1, 2, 3, \dots$) とかく。いま、 a_n と S_n が、関係式

$$S_n = 2a_n^2 + \frac{1}{2}a_n - \frac{3}{2}$$

をみたし、かつ、すべての項 a_n は同符号である。このとき、次の問いに答えよ。

(1) a_n のみたす漸化式 (a_{n+1} と a_n の関係式) を求めよ。

(2) 一般項 a_n を n の式で表せ。