

次の に当てはまる数または式を解答用紙の所定欄に記入せよ。

- (1) 2つの自然数 n, k の間に関係

$$n^2 = k^2 + 25$$

があるとき、 n の値は イ である。

- (2) $x^3 - 1 = 0$ の虚数解の1つを ω とする。集合

$$\{(\omega^n + 1)^2 \mid n = 1, 2, 3, \dots\}$$

の要素のうち、偏角 θ が $180^\circ < \theta < 360^\circ$ をみたす複素数は □ である。

- (3) 座標平面上の直線 $y = x + 1$ に関する対称移動によって、点 (x, y) が

点 (x', y') に移ったとすると、 $(x', y') =$ ハ である。

- (4) 三角形 ABC において、辺 BC 上に $BP = \frac{1}{3} BC$ をみたす点 P をとり、辺 AB

上に $AQ = \frac{1}{3} AB$ をみたす点 Q をとる。 AP と CQ の交点を T とするとき、三

角形 ABC の面積は三角形 AQT の面積の 二 倍である。

2

座標空間における 3 点 $A(4, -1, 2)$, $B(2, 2, 3)$, $C(5, -4, 0)$ を頂点とする三角形の外心 (外接円の中心) の座標を求めよ。

座標平面上で、原点 O と点 $P(1, t)$ を結ぶ線分 OP が、原点 O を中心とする半径 1 の円と交わる点を $Q(x, y)$ とする。次の問に答えよ。

(1) x, y を t の関数で表せ。

(2) この円の 2 点 $A(1, 0), Q(x, y)$ 間の弧 AQ の長さを $s=f(t)$ とするとき、 $\frac{ds}{dt}$ を求めよ。

(3) n を自然数とし、

$$a_n = \sqrt{3} n \left(\frac{1}{3n^2 + 1^2} + \frac{1}{3n^2 + 2^2} + \cdots + \frac{1}{3n^2 + n^2} \right)$$

$$b_n = \sqrt{3} n \left(\frac{1}{3n^2} + \frac{1}{3n^2 + 1^2} + \cdots + \frac{1}{3n^2 + (n-1)^2} \right)$$

とおく。このとき

$$a_n, b_n, \frac{a_n + b_n}{2}, f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$$

の大小関係を調べ、小さい順に並べよ。

(4) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n + b_n}{2}$ の値を求めよ。

次の関係式をみたす 3 つの数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$, $\{c_n\}$ がある。

$$a_1 = 0, \quad b_1 = -1, \quad c_1 = 0$$

$$a_{n+1} - a_n = \frac{1}{4} (b_n - 2a_n) \cdots \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$b_{n+1} - b_n = \frac{1}{4} (a_n + c_n - 2b_n) \cdots \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$c_{n+1} - c_n = \frac{1}{4} \{b_n + 1 + (-1)^n - 2c_n\} \cdots \cdots \cdots \textcircled{3}$$

$$(n=1, 2, 3, \cdots)$$

次の問に答えよ。

- (1) ある自然数 n に対して, $|a_n| \leq M$, $|b_n| \leq 2M$, $|c_n| \leq 3M$ が成り立つとき, $|b_{n+1}|$ と $2M$ の大小を調べよ。
- (2) すべての自然数 n に対して, $|a_n| \leq M$, $|b_n| \leq 2M$, $|c_n| \leq 3M$ が成り立つような最小の実数 M を求めよ。
- (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n b_k$ の値を求めよ。