

$t = \tan \frac{\theta}{2}$ とするとき、次の問に答えよ。

(1) $\sin \theta$ を t の式で表せ。

(2) $\cos \theta$ を t の式で表せ。

(3) $y = \frac{\sin \theta - 1}{\cos \theta + 1}$ を t の式で表せ。

(4) y の最大値と最小値を求めよ。

また、そのときの θ の値を求めよ。ただし、 $0^\circ \leq \theta \leq 120^\circ$ とする。

$f(x, z) = zx - z^2$ とする。各 x に対して $f(x, z)$ を最大にする z を $z(x)$ で表し、
 $g(x) = f(x, z(x))$ とする。このとき、次の問に答えよ。

(1) $g(x)$ を求めよ。

(2) $\alpha > 0$ のとき、2つの関数 $y = f(x, \alpha)$, $y = g(x)$ の共有点を求めよ。

(3) $\alpha > 0$ のとき、3つの関数 $y = f(x, \alpha)$, $y = f(x, -\alpha)$, $y = g(x)$ で囲まれる
部分の面積 S を α の関数として表せ。

(4) $S = \sqrt{6}$ のとき、 α の値を求めよ。

$0 < a < b$ とするとき、 x の関数

$$f(x) = \log_2(x+a) + \log_2(b-x) + 2$$

について、次の問に答えよ。

- (1) x のとりうる値の範囲を求めよ。
- (2) $f(x)$ を変形して、 $f(x) = \log_2 F(x)$ とするとき、関数 $F(x)$ を求めよ。
- (3) 曲線 $y = F(x)$ が y 軸と交わる点を P とする。点 P における、この曲線の接線 l_1 の方程式を求めよ。
- (4) 関数 $F(x)$ が最大値をとるとき、 $f(x) = 4$ になるという。 a と b の間に成り立つ関係式を求めよ。
- (5) 関数 $F(x)$ が最大値をとる点を通り、しかも y 軸に平行な直線を l_2 とする。2 直線 l_1 , l_2 と曲線 $y = F(x)$ とで囲まれる図形の面積が $\frac{4}{3}$ であるとき、 a と b の値を求めよ。