

1 次の  にあてはまる数または式を解答用紙の所定欄に記入せよ。

(1)  $i$  を虚数単位として、 $a$  と  $b$  を正の定数とする。複素数  $z$  が

$$|iz + a| \leq b$$

を満たすとき、 $|z - 2a|$  の最大値は  イ  である。

(2) 正の整数  $m, n$  に対して、整数  $B(m, n)$  を以下のように定義する。

(i) すべての  $n \geq 1$  に対して

$$B(1, n) = n + 1.$$

(ii) すべての  $m, n \geq 1$  に対して

$$B(m+1, 1) = B(m, 2),$$

$$B(m+1, n+1) = B(m, B(m+1, n)).$$

このとき、 $B(3, n) =$   □  である。

(3) 正の定数  $a$  に対して、

$$A = \begin{pmatrix} a & -1 \\ 1 & a+2 \end{pmatrix}$$

と定め、正の整数  $n$  に対して、

$$A^n = \begin{pmatrix} a_n & b_n \\ c_n & d_n \end{pmatrix}$$

とする。このとき、 $c_n =$   ハ  である。

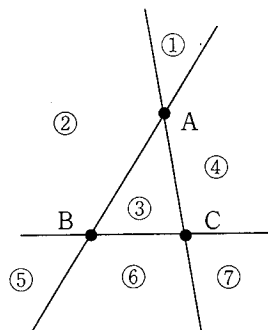
(4) 平面上に一直線上にはない3点  $A, B, C$  がある。

点  $P$  が

$$a\vec{PA} + b\vec{PB} + c\vec{PC} = \vec{0},$$

$$a > 0, b < 0, c < 0, a + b + c < 0$$

を満たすならば、点  $P$  は図の番号  二  の範囲に存在する。



2

正の実数  $t$  に対して,  $xy$  平面上の点  $P(t)$  の座標を  $(t \cos t, 2t \sin t)$  とする。

- (1) 原点  $O$  と 2 点  $P(t)$ ,  $P(4t)$  が一直線上にあるような  $t$  の値をすべて求めよ。
- (2)  $\{P(t) \mid 0 \leq t \leq \pi\}$  と  $x$  軸によって囲まれる部分の面積  $S$  を求めよ。

3

(1)  $p, q$  を定数とする 2 次方程式

$$x^2 - px - q = 0$$

が 2 つの実数解  $\alpha, \beta$  ( $\alpha > \beta$ ) をもつとする。さらに, ある定数  $r, s$  に対して,

$$a_n = r\alpha^n + s\beta^n \quad (n \geq 1)$$

とする。このとき, 数列  $\{a_n\}$  の一般項  $a_n$  を  $p, q, a_{n-1}$  および  $a_{n-2}$  を用いて表せ。

(2)  $n$  個の球を一度に 1 個あるいは 2 個ずつ取っていくとき, すべての球を取りつくす方法の総数を  $b_n$  とする。このとき,  $b_1$  と  $b_2$  を求めよ。また, 3 以上の  $n$  に対して,  $b_n$  を  $b_{n-1}$  と  $b_{n-2}$  を用いて表せ。

(3) (2) で定まる数列  $\{b_n\}$  の一般項  $b_n$  を求めよ。

4

実数  $a, b$  (ただし,  $0 < a < 3$ ) に対して,

$$f(x) = x^3 - ax + b$$

とする。このとき、区間  $-1 \leq x \leq 1$  における  $|f(x)|$  の最大値が  $\frac{1}{4}$  となるような  $a$  と  $b$  の値を求めよ。