

$\triangle ABC$ において $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$ とする。

a, b, c は $a \leq b \leq c$ であり, 公比 k ($k \geq 1$) の等比数列をなす。

このとき, 次の問に答えよ。

(1) b, c を a と k の式で表せ。

(2) k のとりうる値の範囲を求めよ。

(3) $\sin A$ を k の式で表せ。

(4) $\triangle ABC$ の面積 S を a と k の式で表せ。

(5) $\triangle ABC$ の内接円の半径 r を a と k の式で表せ。

2

2つの自然数 m, k に対して、ある自然数を対応させ、それを $[m, k]$ で表す。

$[m, k]$ は、次の3つの規則に従うものとする。

$$[1, k] = k+1 \quad \cdots \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$[m+1, 1] = [m, 2] \quad \cdots \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$[m+1, k+1] = [m, [m+1, k]] \quad \cdots \cdots \cdots \textcircled{3}$$

ただし、この $[m, k]$ は m と k の順序も含めて考えている。したがって、必ずしも

$[m, k] = [k, m]$ とは限らない。このとき、次の問に答えよ。

(1) $[2, 1]$ を求めよ。

(2) $[2, k+1]$ を $[2, k]$ の式で表せ。

(3) $[2, k]$ を求めよ。

(4) $[3, k]$ を求めよ。

(5) $[4, k]$ を求めよ。

3

関数 $f(x)$ は、すべての実数 x_1, x_2 に対して、等式

$$f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2) + 3x_1x_2(x_1 + x_2) - 2$$

を満たし、 $f'(0) = 1$ である。このとき、次の問に答えよ。

(1) $f(0)$ の値を求めよ。

(2) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ。

(3) $f(x)$ を求めよ。

(4) $f(x) \leq 0$ を満たす x の値の範囲を求めよ。

(5) 原点 $(0, 0)$ から曲線 $y = f(x)$ に引いた接線の方程式を求めよ。また、共有点の座標を求めよ。