

問 1

$$\text{ア} \quad \frac{3}{7}t$$

$$\text{イ} \quad \frac{3}{5}(1-s)$$

$$\text{ウ} \quad \frac{7}{13}$$

$$\text{エ} \quad \frac{3}{13}$$

$$\text{オ} \quad \frac{6}{13}$$

$$\text{カ} \quad \frac{3}{13}$$

$$\text{キ} \quad \frac{3}{13}$$

$$\text{ク} \quad \frac{4}{7}$$

$$\text{ケ} \quad \frac{24}{91}$$

$$\text{コ} \quad 7:8$$

問 2

$$(1) \quad \text{ア} \quad 2 \qquad \qquad \text{イ} \quad 7 \qquad \qquad \text{ウ} \quad 6$$

$$(2) \quad z^3 - 6iz^2 - 12z + 8i = 27$$

$$(z - 2i)^3 = 27 = 3^3$$

$$\therefore z - 2i = 3 (\cos (120^\circ \times n) + i \sin (120^\circ \times n)) \quad n = 0, 1, 2$$

$$\therefore z = 3 + 2i, \quad -\frac{3}{2} + \left(2 + \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)i, \quad -\frac{3}{2} + \left(2 - \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)i$$

問 3

$n=2$ のとき $n+2=4$, $n+4=6$ ともに素数ではない。

よって、 n は 3 以上の奇数である。仮に $n \geq 5$ とすると、 n は素数だから 3 の倍数ではなく、 k を整数として $n=3k+1$ または $n=3k+2$ と書ける。

- (i) $n=3k+1$ のとき、 $n+2=3k+1+2=3(k+1)$ は 3 の倍数で素数でない。
- (ii) $n=3k+2$ のとき、 $n+4=3k+2+4=3(k+2)$ は 3 の倍数で素数でない。

よって $n \geq 5$ で n , $n+2$, $n+4$ が全て素数となる n は存在しない。

$3 \leq n < 5$ をみたす素数は $n=3$ のみで、このとき $n+2=5$, $n+4=7$ も素数だから、 n , $n+2$, $n+4$ が全て素数であるのは $n=3$ の場合だけである。

問 4

$$(A) \quad 3x^2 - 2xy + 2y^2 - 4x + 5y + 2 = 0$$

(1) (A)を x の 2 次方程式と見ると,

$$3x^2 - 2(y+2)x + 2y^2 + 5y + 2 = 0$$

x は実数だから,

$$\text{判別式: } \frac{D}{4} = (y+2)^2 - 3(2y^2 + 5y + 2)$$

$$= -(5y^2 + 11y + 2) = -(y+2)(5y+1) \geq 0$$

$$\therefore -2 \leq y \leq -\frac{1}{5}$$

(2) (1)をみたす整数 y は, $y = -2, -1$ しかない。

$$\cdot y = -2 \text{ のとき, (A)は } 3x^2 = 0 \quad \therefore x = 0$$

$$\cdot y = -1 \text{ のとき, (A)は } 3x^2 - 2x - 1 = (x-1)(3x+1) = 0$$

$$\therefore x = 1, \quad -\frac{1}{3} \quad \therefore (x, y) = (0, -2), (1, -1)$$

問 5

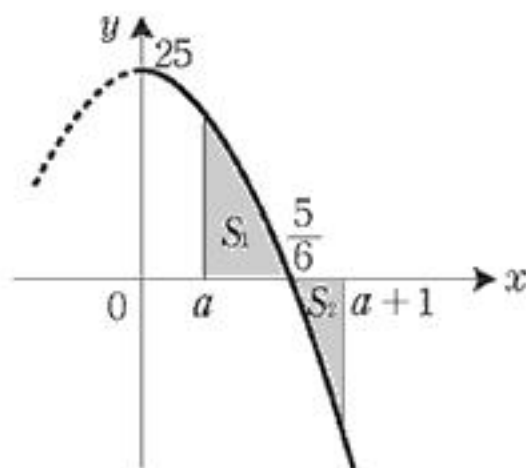
$$(1) \quad S = \int_a^{\frac{5}{6}} (25 - 36x^2) dx + \int_{\frac{5}{6}}^{a+1} (36x^2 - 25) dx$$

$$= \left[25x - 12x^3 \right]_a^{\frac{5}{6}} + \left[12x^3 - 25x \right]_{\frac{5}{6}}^{a+1}$$

$$= 25 \cdot \frac{5}{6} - 12 \cdot \frac{125}{216} - 25a + 12a^3$$

$$+ 12(a+1)^3 - 25(a+1) - 12 \cdot \frac{125}{216} + 25 \cdot \frac{5}{6}$$

$$= 24a^3 + 36a^2 - 14a + \frac{133}{9}$$



$$(2) \quad S' = 72a^2 + 72a - 14 = 2(6a+7)(6a-1) = 0$$

a	0		$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{2}$
S'		-	0	+	
S	$\frac{133}{9}$	$\searrow$	$\frac{122}{9}$	$\nearrow$	$\frac{178}{9}$

増減表より S の

最大値: $\frac{178}{9}$ ($a = \frac{1}{2}$ のとき)

最小値: $\frac{122}{9}$ ($a = \frac{1}{6}$ のとき)