

数 学

(問 題)

(2004年度 早稲田大学スポーツ科学部)

注 意 事 項

1. 問題冊子は、試験開始の合図があるまで開かないこと。
2. 問題は問題冊子の第4ページから第5ページに記載されている。
3. 解答はすべてマーク解答用紙の所定欄にHBの黒鉛筆またはHBのシャープペンシルで記入すること。
4. 氏名のみをマーク解答用紙の所定欄に記入すること。
5. 問1から問3までの **ア** , **イ** , **ウ** , …にはそれぞれ, $-49, -48, \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, 48, 49$ のいずれかが当てはまる。次の例にならって、マーク解答用紙の**ア**, **イ**, **ウ**, …で示された欄にマークして答えること。
例. **ア**に3, **イ**に-5, **ウ**に30, **エ**に-24, **オ**に0と答えたいとき。

	-	十 の 位				一 の 位									
		1	2	3	4	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ア	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐
イ	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐
ウ	☐	☐	☐	☒	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
エ	☒	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐
オ	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

6. マークははっきり記入すること。また、訂正する場合は、消しゴムでていねいに、消し残しがないようによく消すこと。

マークする時	☒ 良い	☐ 悪い	☐ 悪い
マークを消す時	☐ 良い	☐ 悪い	☐ 悪い

7. 問題冊子は持ち帰ること。

問 1

次の各問いに答えよ.

- (1) 0 から 9 までの数字が一つずつ書かれた 10 枚のカードから相異なる 4 枚を取り出して 4 桁の整数をつくる. このように 4 桁の整数をつくる時, 一の位, 十の位, 百の位のいずれの数字よりも千の位の数字の方が大きくなる確率は $\frac{5}{\boxed{\text{ア}}}$ である.

- (2) $f(x) = 3x^2 - 12x + \frac{17}{36} \int_{-1}^1 f(t) dt$ を満たす関数 $f(x)$ の最小値は $\boxed{\text{イ}}$ である.

- (3) a, b を $a^2 + b^2 \neq 0$ を満たす実数とすると, $z = \frac{a - bi}{b + ai}$ は $z = \boxed{\text{ウ}} + \boxed{\text{エ}}i$ である. また, $\omega^4 = z$ を満たす $\omega = c + di$ の中で, $c > 0, -25^\circ < \arg \omega < 25^\circ$ であるものを極形式で表わすと,

$$\omega = \boxed{\text{オ}} \left(\cos\left(\frac{\boxed{\text{カ}}}{2}\right) + i \sin\left(\frac{\boxed{\text{カ}}}{2}\right) \right)$$

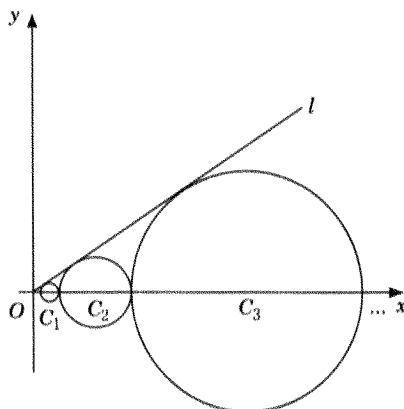
である.

- (4) $\sum_{k=0}^{18} \cos(18^\circ \times k) = -\frac{\sqrt{\boxed{\text{キ}}} + 2 \times \sqrt{\boxed{\text{ク}}}}{\boxed{\text{ケ}}}.$

- (5) x を $x = \sqrt{3+x}$ の解の中で $x > 0$ なるものとする. $[a]$ を a を超えない最大の整数とすると, $[x]$ は $\boxed{\text{コ}}$ である.

問 2

図のように, x 軸上に中心をもつ n 個の円 $C_1, C_2, \dots, C_n$ を考える. 各 k ($k = 1, 2, \dots, n$) に対して, 円 C_k は中心 $(a_k, 0)$ ($0 < a_1 < a_2 < \dots < a_n$), 半径 r_k をもつ. 隣接した円は互いに外接し, かつ直線 $l: y = \frac{1}{\sqrt{3}}x$ に接している. このとき, 次の問いに答えよ.



- (1) a_k と r_k の間には $a_k = \boxed{\text{サ}} r_k + \boxed{\text{シ}}$ なる関係が成り立つ.
- (2) r_{k+1} を r_k で表わすと $r_{k+1} = \boxed{\text{ス}} r_k + \boxed{\text{セ}}$ である.
- (3) 点 $(\frac{1}{2}, 0)$ を A , 原点を O とする. C_1 の円周上の点 P が常に $OP : AP = 2 : 1$ を満たすならば, $r_1 = \frac{1}{\boxed{\text{ソ}}}$ である.
- (4) 円 C_k の面積を S_k とするとき, $2 \times \sum_{k=1}^n S_k = \frac{1}{\boxed{\text{タ}}} (\boxed{\text{チ}}^n - 1)\pi$ である. ただし, r_1 は (3) で求めたものとし, π は円周率を表わすものとする.

問 3

2つの曲線 $C_1 : y = x^2$ および $C_2 : x^2 + (y - a)^2 = r^2$ について, 次の問いに答えよ.

- (1) $a = 5$ とする. C_1 と C_2 が2点でのみ交わる時, $r = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ツ}}}}{2}$ である. このとき, 直線

$$y = \pm 3\sqrt{\boxed{\text{テ}}} x + \frac{\boxed{\text{ト}}}{2}$$

は C_1 と C_2 の両方に接する.

- (2) $a = 2$ でかつ C_1 と C_2 は3点でのみ交わるとする. D を C_1 と C_2 で囲まれた図形の中で最大の面積をもつものとするとき, D の面積は

$$\frac{\boxed{\text{ナ}}}{3} \times \pi + \boxed{\text{ニ}} \times \sqrt{3}$$

である. ただし, π は円周率を表わすものとする.

[以 下 余 白]