

数 学

(問 題)

(2005 早稲田大学国際教養学部)

注 意 事 項

1. この試験では、この問題冊子のほかに、マーク解答用紙を配布する。
2. 問題冊子は試験開始の合図があるまで開かないこと。
3. 問題は問題冊子の第4ページから第5ページに記載されている。
4. マーク解答用紙については、受験番号を確認したうえ所定欄に氏名のみ記入すること。
5. 解答はすべて解答用紙の所定欄にHBの黒鉛筆またはHBのシャープペンシルで記入すること。
6. 問1, 問2, 問3の

ア

,

イ

,

ウ

, … にはそれぞれ, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 のいずれかが当てはまる。マーク解答用紙のア, イ, ウ, … で示された欄にマークして答えること。ただし,

カ
キ

 のように分数を表現するときは、既約分数（分母と分子が1より大きい公約数を持たないこと）のかたちで答えること。また,

サ

シ

 のように二つつながりの箇所は二桁の数を表わすものとする。
7. マークははっきり記入すること。また、訂正する場合は、消しゴムでていねいに、消し残しがないようによく消すこと（砂消しゴムは使用しないこと）。

マークする時	☒ 良い	☐ 悪い	☐ 悪い
マークを消す時	☐ 良い	☐ 悪い	☐ 悪い

8. 問題冊子は持ち帰ること。

- 問 1. (1) 複素数平面上の 2 点を $A(z_1), B(z_2)$ とする. また A を中心として, B を負の向きに 30° 回転した点を $C(z_3)$ とする. いま, $z_1 = 1 + i, z_2 = -1 + 4i$ のとき

$$z_3 = \frac{\boxed{\text{ア}} - \boxed{\text{イ}}\sqrt{3}}{2} + \left(\frac{\boxed{\text{ウ}} + \boxed{\text{エ}}\sqrt{3}}{2} \right) i$$

である. また, 3 点 $w_k = (1 - i)z_k$ ($k = 1, 2, 3$) がつくる三角形の面積は

$$\frac{\boxed{\text{オ}} \boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$$

である.

- (2) $\sin x + \sin y = \frac{2}{3}, \cos x \cos y = \frac{1}{2}$ のとき,

$$\sin x \sin y = -\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}, \quad \sin \frac{x+y}{2} = \pm \frac{\boxed{\text{コ}}}{\sqrt{\boxed{\text{サ}}}}$$

である.

- (3) 10 ユーロ, 20 ユーロ, 50 ユーロの紙幣を使って支払いをする. ちょうど 50 ユーロを支払う方法は $\boxed{\text{シ}}$ 通りある. また, ちょうど 200 ユーロの支払いをする方法は $\boxed{\text{ス}} \boxed{\text{セ}}$ 通りある. ただし, どの紙幣も十分な枚数を持っているものとし, 使わない紙幣があってもよいとする.

問 2. 座標平面上の集合

$$A = \{(x, y) \mid x^2 + (y - 2)^2 \leq 4\},$$

$$B = \{(x, y) \mid y \geq 2\}$$

に対して, 集合

$$P_t = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 < t\}$$

を考えると, 次の問いに答えよ. ただし, 次の $\boxed{\text{ソ}}$, $\boxed{\text{タ}}$ には, それぞれの選択肢の中の①～⑦のうちから正しい番号を選んで入れよ. $\boxed{\text{チ}}$ には, 正しい数を入れよ.

- (1) $(A \cap B) \cap P_t \neq \emptyset$ かつ $(A \cap B) \cap \overline{P_t} \neq \emptyset$ となる t の範囲は $\boxed{\text{ソ}}$ である.

(選択肢)

- ① $2 < t < 4$ ② $2 < t \leq 4$ ③ $2 \leq t < 4$ ④ $2 \leq t \leq 4$
 ⑤ $4 < t < 16$ ⑥ $4 < t \leq 16$ ⑦ $4 \leq t < 16$ ⑧ $4 \leq t \leq 16$

- (2) $A \cap \overline{B} \subset P_t$ となる t の範囲は $\boxed{\text{タ}}$ である.

(選択肢)

- ① $2\sqrt{2} < t$ ② $2\sqrt{2} \leq t$ ③ $t < 2\sqrt{2}$ ④ $t \leq 2\sqrt{2}$
 ⑤ $8 < t$ ⑥ $8 \leq t$ ⑦ $t < 8$ ⑧ $t \leq 8$

- (3) $t = 8$ のとき, $A \cap B \cap \overline{P_t}$ の面積は $\boxed{\text{チ}}$ である.

問 3. 座標平面上に点 $P(0, p)$ を中心とする半径 p の円 C と 2 次曲線 $Q: y = \frac{1}{4}x^2$ がある.

(1) 円 C が 2 次曲線 Q と原点 O 以外で交わらないための条件は $p \leq \boxed{\text{ツ}}$ である.

(2) $p > \boxed{\text{ツ}}$ のときにこの円と 2 次曲線の交点の x 座標は

$$x = \pm \sqrt{\boxed{\text{テ}}p - \boxed{\text{ト}}\boxed{\text{ナ}}}$$

である.

(3) 2 次曲線 Q と円 C の交点のうち x 座標が正となる点を A とするとき, $\angle OPA < 90^\circ$

となるのは $p < \boxed{\text{ニ}}$ のときである.

(4) $\angle OPA = 60^\circ$ となるのは $p = \frac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}$ のときである. このとき, 2 本の直線 PO, AP と

2 次曲線 Q で囲まれた図形の面積は

$$\frac{\boxed{\text{ノ}}\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}\boxed{\text{フ}}} \sqrt{3}$$

となる.

[以 下 余 白]