

数 学

(問 題)

2006年度 早稲田大学商学部

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで、問題冊子および記述解答用紙を開かないこと。
2. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に知らせること。
3. マーク解答用紙記入上の注意
 - (a) 印刷されている受験番号を確認したうえで、氏名欄に氏名を記入すること。
 - (b) 解答用紙の解答欄は、すべてHBの黒鉛筆またはHBのシャープペンシルでマークすること。
 - (c) 解答は指定された解答欄にマークし、その他の部分には何も書かないこと。
 - (d) マーク欄は、はっきりとマークすること。また、訂正する場合は、消しゴムでていねいに、消し残しがないようによく消すこと（砂消しゴムは使用しないこと）。

(例)

マークする時	☒ 良い	☒ 悪い	☐ 悪い
マークを消す時	☐ 良い	☒ 悪い	☒ 悪い

4. 記述解答用紙の所定の欄（2か所）に、氏名および受験票に記載されている受験番号を正確に記入すること。受験番号は、右詰めで記入し、番号欄に余白が生じる場合でも、番号の前に「0」を記入しないこと。

(例) 3825番 ⇒

万	千	百	十	一
	3	8	2	5

※数字は読みやすいように、はっきり記入すること。

読みにくい数字は採点処理に支障をきたすことがあるので、注意すること。

数 字 見 本	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
---------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

5. 試験終了の指示が出たら、すぐに解答を止め、筆記具を置くこと。終了の指示に従わず解答を続けた場合は、答案のすべてを無効とするので注意すること。
6. いかなる場合でも、解答用紙は必ず提出すること。

1

ア

 ～

ケ

 に入るべき数を，マーク解答用紙の該当する数字の部分に1つだけマークせよ．ただし，分数はすべて既約分数で答えよ．

(1) 整式 $ax^3 + bx^2 - 2$ が，整式 $(x+1)^2$ で割り切れるとき，
定数 $a =$

ア

， $b =$

イ

 である．

(2) 座標空間の点 $A(1, 0, 1)$, $B(1, 0, 0)$, $C(-1, 0, \sqrt{3})$, $D(-1, 0, 0)$
および $P(x, y, 0)$ に対し，

$$\angle APB = \angle CPD$$

が成り立っている．このとき， x, y は次の式を満たす．

$$(x - \text{ウ})^2 + y^2 = \text{エ}$$

(3) 正の整数 n に対し

$$f(n) = \frac{4n + \sqrt{4n^2 - 1}}{\sqrt{2n+1} + \sqrt{2n-1}}$$

と定義するとき，

$$\sum_{n=1}^{60} f(n) = f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(60) = \text{オ} \text{ カ} \text{ キ}$$

である．

$$(4) \quad \cos 40^\circ + \cos 80^\circ + \cos 120^\circ + \cos 160^\circ = - \frac{\text{ク}}{\text{ケ}}$$

2

xy 平面の放物線 $C: y = x^2$ 上に異なる 2 点 $A(a, a^2)$, $B(b, b^2)$ をとる. ただし, $a < b$ とする. 放物線 C の点 A , B における接線の交点を P とする. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1) 点 P の座標を求めよ.
- (2) 放物線 C と点 A , B における接線で囲まれる領域の面積を S , 放物線 C と直線 AB で囲まれる領域の面積 T とする. このとき $\frac{S}{T}$ の値を求めよ.
- (3) $S = \frac{9}{4}$ となるように点 A , B が放物線 C 上を動くとき, 点 P の軌跡を求めよ.

3

正の整数 n に対して, 整数 $f(n)$ が次の条件 (i), (ii) を満たすように定義されている.

- (i) $f(1) = 1$
- (ii) 任意の正の整数 n に対して,

$$\begin{cases} f(2n) = f(n) \\ f(2n+1) = f(n) + 1 \end{cases}$$

このとき, 次の問いに答えよ.

- (1) $f(4)$, $f(13)$, $f(2^{10}+1)$ を求めよ.
- (2) $1 \leq n \leq 2006$ のとき, $f(n)$ の最大値 M を求めよ.
- (3) (2) で求めた最大値 M に対して, $f(n) = M$ を満たす 2006 以下の正の整数 n をすべて求めよ.

[以 下 余 白]