

数 学

(問 題)

2006年度 早稲田大学スポーツ科学部

注 意 事 項

1. 問題冊子は、試験開始の指示があるまで開かないこと。
2. 問題は4～5ページに記載されている。試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁およびマーク解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に知らせること。
3. 解答はすべてマーク解答用紙の所定欄にHBの黒鉛筆またはHBのシャープペンシルでマークすること。
4. 氏名は、試験開始後、マーク解答用紙の所定欄に、正しくていねいに記入すること。
5. 問1から問4までの ア , イ , ウ , …にはそれぞれ、 $-49, -48, \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, 48, 49$ のいずれかが当てはまる。次の例にならって、マーク解答用紙のア、イ、ウ、…で示された欄にマークして答えること。

例. アに3, イに-5, ウに30, エに-24, オに0と答えたいとき。

	—	十 の 位				一 の 位									
		1	2	3	4	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ア	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐
イ	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐
ウ	☐	☐	☐	☒	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
エ	☒	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐
オ	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

6. マーク欄ははっきり記入すること。また、訂正する場合は、消しゴムでていねいに、消し残しがないようによく消すこと（砂消しゴムは使用しないこと）。

マークする時	☒ 良い	☒ 悪い	☐ 悪い
マークを消す時	☐ 良い	☒ 悪い	☐ 悪い

7. 試験終了の指示がでたら、すぐに解答を止め、筆記具を置くこと。終了の指示に従わず解答を続けた場合は、答案のすべてを無効とするので注意すること。
8. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ること。
9. いかなる場合でも、マーク解答用紙は必ず提出すること。

問 1.

- (1) 変数 x, y, z と定数 a, b に対して恒等式

$$a(xy^2 + yz^2 + zx^2) + b(x^2y + y^2z + z^2x) = (x-y)(y-z)(z-x)$$

が成り立つ. このとき $a = \boxed{\text{ア}}$, $b = \boxed{\text{イ}}$ である.

- (2) 定数 c, d に対して $x + y + z = 0$ のとき, つねに等式

$$(x-y)^2(y-z)^2(z-x)^2 = c(xy + yz + zx)^3 + d(xyz)^2$$

が成り立つ. このとき $c = \boxed{\text{ウ}}$, $d = \boxed{\text{エ}}$ である.

- (3) 3 次方程式 $x^3 - 12x + 8 = 0$ は 3 つの異なる実数解をもつ. これらを α, β, γ ($\alpha > \beta > \gamma$) とするとき

$$\alpha\beta^2 + \beta\gamma^2 + \gamma\alpha^2 = \boxed{\text{オ}}, \quad \alpha^2\beta + \beta^2\gamma + \gamma^2\alpha = \boxed{\text{カ}}$$

である.

問 2. 点 P は次のように数直線上を動く. 1 個のサイコロを投げて 1 の目が出たときは正の向きに 2 だけ進み, 2 または 3 の目が出たときは正の向きに 1 だけ進み, その他の目が出たときは負の向きに 2 だけ進む. 最初に点 P は原点 O 上にあり, 1 個のサイコロを 5 回続けて投げる試行を行う. この試行後の点 P の位置を Q とし, 線分 OQ の長さを d とする. さらに, この試行で 1 の目が出る回数を k とおく.

- (1) $d = 0$ となるのは $k = \boxed{\text{キ}}$ の場合に限られる. また, $d = 0$ となる確率は $\frac{\boxed{\text{ク}}}{6^2}$ である.

- (2) $d \geq 8$ となるような k のとる値は $\boxed{\text{ケ}}$ 通りある. また, $d \geq 8$ となる確率は $\frac{\boxed{\text{コ}}}{6^4}$ である.

- (3) $d \geq 8$ であれば $X = d$ とし, $d < 8$ であれば $X = 0$ と定めるとき, X の期待値は $\frac{25 \times \boxed{\text{サ}}}{6^4}$ である.

問 3. 座標空間内の点 $A(1, 3, 5)$ を中心とし、点 $B(0, 3 + \sqrt{2}, 2)$ を通る球面を S と表す. S の方程式は

$$(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-5)^2 = \boxed{\text{シ}}$$

で与えられる. 立方体 V は, すべての頂点が S 上にあり, どの辺も x 軸, y 軸, z 軸のうちのいずれかと平行であるとする. 立方体 V の一辺の長さは $\boxed{\text{ス}}$ である. 原点からの距離が最大である立方体 V の頂点の座標は $(3, \boxed{\text{セ}}, \boxed{\text{ソ}})$ であり, 原点からの距離が最小である V の表面上の点 C の座標は $(\boxed{\text{タ}}, \boxed{\text{チ}}, \boxed{\text{ツ}})$ である.

問 4. 自然数 n に対して, 関数

$$y = x^2 - n|x| - nx + n^2$$

で表される曲線を C_n , 異なる 2 点において C_n と接する直線を l_n とおく.

(1) l_n の方程式は

$$\boxed{\text{テ}} nx + 4y = \boxed{\text{ト}} n^2$$

である.

(2) C_n と l_n で囲まれた部分の面積 S_n を $S_n = \frac{1}{\alpha} n^\beta$ で表すとき, $\alpha = \boxed{\text{ナ}}$, $\beta = \boxed{\text{ニ}}$ である.

(3) (2) で定めた S_n に対して, T_n を

$$T_n = \frac{1}{100}(S_1 + S_2 + S_3 + \cdots + S_n)$$

とおく. このとき, $T_{15} = \boxed{\text{ヌ}}$ である. また, $T_n > 3$ をみたす最小の自然数 n は $\boxed{\text{ネ}}$ である.

[以 下 余 白]

