

数学（B方式）

（問 題）

2006年度 早稲田大学人間科学部

注 意 事 項

- この試験では、この問題冊子のほかに、マーク解答用紙を配布する。問題冊子は、試験開始の指示があるまで開かないこと。
- 問題は4～12ページに記載されている。試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に知らせること。
- 解答はすべて解答用紙の所定欄にHBの黒鉛筆またはHBのシャープペンシルで記入すること。
- マーク解答用紙については、受験番号を確認したうえ所定欄に氏名のみ記入すること。
- 問1から問9までの ア , イ , ウ , …にはそれぞれ、-49, -48, …, -2, -1, 0, 1, 2, …, 48, 49のいずれかが当てはまる。次の例にならって、マーク解答用紙のア、イ、ウ、…で示された欄にマークして答えること。

例. アに3, イに-5, ウに30, エに-24, オに0と答えたいとき。

	-	十 の 位				一 の 位									
		1	2	3	4	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ア	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐
イ	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐
ウ	☐	☐	☐	☒	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
エ	☒	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐
オ	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

- マークははっきり記入すること。また、訂正する場合は、消しゴムでていねいに、消し残しがないようよく消すこと（砂消しゴムは使用しないこと）。

マークする時	☒ 良い	☒ 悪い	☐ 悪い
マークを消す時	☐ 良い	☒ 悪い	☒ 悪い

- 試験終了の指示がでたら、すぐに解答を止め、筆記具をおくこと。終了の指示に従わず解答を続けた場合は、答案のすべてを無効とするので注意すること。
- いかなる場合でも、解答用紙は必ず提出すること。
- 試験終了後、問題冊子は持ち帰ること。

問 1. 赤と白のビーズを 7 個使いネックレスを作る．ただしビーズの形と大きさはすべて同じであり，使わない色があってもよいものとする．このとき，ネックレスのつなぎ目については無視するとして，ネックレスの作り方は ア 通りある．

問 2. 長さが x^2 , $x+1$, $x-1$ (ただし $x+1$ が最大) である 3 つの線分により, 鈍角三角形を作ることのできるような x の値の範囲は

$$\sqrt{\boxed{\text{イ}}} < x < \boxed{\text{ウ}} \sqrt{\boxed{\text{エ}}}$$

である. ただし エ の値はできる限り小さい整数で答えること.

問 3. 三角形 OAB の内部に点 P があり、直線 AP と辺 OB の交点 Q は、辺 OB を $3:2$ に内分し、直線 BP と辺 OA の交点 R は、辺 OA を $4:3$ に内分する。このとき

$$\overrightarrow{OP} = \frac{\boxed{\text{オ}}}{23} \overrightarrow{OA} + \frac{\boxed{\text{カ}}}{23} \overrightarrow{OB}$$

である。

問 4. 3 点 $O(0,0)$, $A(4,0)$, $B(2,2)$ を頂点とする三角形 OAB の面積を, 直線 $y = mx + m + 1$ が 2 等分するとき, 定数 m の値は $\frac{\boxed{\text{キ}} - 2\sqrt{5}}{\boxed{\text{ク}}}$ である.

問 5. 実数 x, y は $3^x + 3^y = 9^x + 9^y$ を満たす. このとき $27^x + 27^y$ のとり得る値の範囲を求めよう.

いま $3^x = A, 3^y = B, A + B = t$ とおくと

$$AB = \frac{1}{2}t \left(t + \boxed{\text{ケ}} \right)$$

である.

したがって $27^x + 27^y = \frac{1}{2}t \boxed{\text{コ}} \left(\boxed{\text{サ}} - t \right)$ となり, 求める値の範囲は

$$\boxed{\text{シ}} < 27^x + 27^y \leq \boxed{\text{ス}}$$

である.

問 6. 集合 S を

$$S = \{(x, y) \mid x, y \text{ は整数, } \log_{10} 2 + \log_{10}(6 - x)(6 + y) \geq 2\log_{10}(y - x + 9)\}$$

とすると、 S の要素の個数は セ である.

問 7. 放物線 $y = x^2 - 2$ と直線 $y = x$ とで囲まれる図形を x 軸のまわりに回転してできる立体の体積は

$$\left(4 + \frac{\boxed{\text{ソ}}\sqrt{2}}{\boxed{\text{タ}}}\right)\pi$$

である.

問 8. 関数 $f(x)$ は

$$f(x) = x + 2 \int_0^{\pi} \sin(x-t)f(t)dt$$

を満たすとする. このとき $f(x) = x + A \sin x + B \cos x$ と表され

$$A = \frac{\boxed{\text{チ}}\pi^2 + \boxed{\text{ツ}}}{\pi^2 + 1}, \quad B = \frac{\boxed{\text{テ}}\pi}{\pi^2 + 1}$$

である.

問 9. 行列 $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $P = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & p \end{pmatrix}$ について次の問いに答えよ.

(1) 行列 P が逆行列をもち, $P^{-1}AP = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}$ となるとき, 定数 p, a, b の値は

$$p = \boxed{\text{ト}}, \quad a = \boxed{\text{ナ}}, \quad b = \boxed{\text{ニ}}$$

である.

(2) 行列 A^n ($n = 1, 2, 3, \dots$) は

$$A^n = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 3 \cdot \boxed{\text{ヌ}}^n + \boxed{\text{ネ}} & 3 \cdot \boxed{\text{ヌ}}^n + \boxed{\text{ノ}} \\ \boxed{\text{ヌ}}^n + \boxed{\text{ハ}} & \boxed{\text{ヌ}}^n + \boxed{\text{ヒ}} \end{pmatrix}$$

となる.

(3) 数列 $\{x_n\}, \{y_n\}$ を $\begin{pmatrix} x_{n+1} \\ y_{n+1} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$), $x_1 = y_1 = 1$ で定めるとき
 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{y_n} = \boxed{\text{フ}}$ である.

[以下余白]

