

2007年度

数 学

(問 題)

〈H1901BY16〉

注 意 事 項

- 1. 試験開始の指示があるまで、問題冊子および記述解答用紙を開かないこと。
- 2. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に知らせること。
- 3. マーク解答用紙記入上の注意
  - (a) 印刷されている受験番号を確認したうえで、氏名欄に氏名を記入すること。
  - (b) 解答用紙の解答欄は、すべてHBの黒鉛筆またはHBのシャープペンシルでマークすること。
  - (c) 解答は指定された解答欄にマークし、その他の部分には何も書かないこと。
  - (d) マーク欄は、はっきりとマークすること。また、訂正する場合は、消しゴムでていねいに、消し残しがないようによく消すこと（砂消しゴムは使用しないこと）。

(例)

|         |      |      |      |
|---------|------|------|------|
| マークする時  | ● 良い | ● 悪い | ○ 悪い |
| マークを消す時 | ○ 良い | ● 悪い | ○ 悪い |

- 4. 記述解答用紙の所定の欄（2か所）に、氏名および受験票に記載されている受験番号を正確に記入すること。受験番号は、右詰めで記入し、番号欄に余白が生じる場合でも、番号の前に「0」を記入しないこと。

(例) 3825番 ⇨

|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| 万 | 千 | 百 | 十 | 一 |
|   | 3 | 8 | 2 | 5 |

※数字は読みやすいように、はっきり記入すること。

読みにくい数字は採点処理に支障をきたすことがあるので、注意すること。

|         |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 数 字 見 本 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

- 5. 試験終了の指示が出たら、すぐに解答を止め、筆記具を置くこと。終了の指示に従わず解答を続けた場合は、答案のすべてを無効とするので注意すること。
- 6. いかなる場合でも、解答用紙は必ず提出すること。

1 ア ~ ケ に入るべき数を，マーク解答用紙の該当する数字の部分に1つだけマークせよ．ただし，分数はすべて既約分数で答えよ．

- (1) 座標平面上の点  $(x, y)$  にある動点  $P$  は，サイコロを1回振るたびに，その出た目によって，次のように動く．

出た目が1のときは点  $(x+1, y)$  へ，出た目が2のときは点  $(x, y+1)$  へ，出た目が3のときは点  $(x+1, y+1)$  へ，その他の目が出たときは点  $(x, y)$  に留まる．

原点  $(0, 0)$  にある動点  $P$  が，サイコロを3回振った後，点  $(2, 2)$  にある確率は， $\frac{\text{ア}}{\text{イ ウ}}$  である．

- (2) 数列  $\{a_n\}$  が次の条件を満たしている．

$$\begin{cases} a_1 = 99900 \\ n \geq 2 \text{ のとき, } a_1 + a_2 + \cdots + a_n = n^2 a_n \end{cases}$$

このとき  $a_{999} = \frac{\text{エ}}{\text{オ}}$  である．

- (3) 座標平面における関数  $y = x^3 + x^2 + x$  のグラフ  $G$  に対し，

条件：  $G$  と異なる3点で交わる，傾きが  $m$  の直線が存在する

を満たす  $m$  の値の取り得る範囲は  $m > \frac{\text{カ}}{\text{キ}}$  である．

- (4) 半径  $r$  の球面上に異なる4点  $A, B, C, D$  がある．

$$AB = CD = \sqrt{2}, \quad AC = AD = BC = BD = \sqrt{5}$$

であるとき， $r = \frac{\sqrt{\text{ク}}}{\text{ケ}}$  である．

**2** 座標平面において、 $C_0$  は点  $(0, 1)$  を中心とする半径 1 の円、 $C_1$  は点  $(2, 1)$  を中心とする半径 1 の円である。  $n = 2, 3, \dots$  に対し、円  $C_n$  を次の 2 つの条件を満たすように定める。

(i)  $C_n$  は、 $C_0$  と  $C_{n-1}$  に外接し、かつ  $x$  軸に接する。

(ii)  $C_n$  の半径は、 $C_{n-1}$  の半径より小さい。

円  $C_n$  の中心を  $P_n$  とするとき、次の設問に答えよ。

(1)  $P_3$  の座標を求めよ。

(2)  $P_n$  の座標を求めよ。

**3** 正の整数  $n$  に対して、整数  $f(n)$  を

$$f(n) = \left[ \frac{n}{[\sqrt{n}]} \right]$$

で定義する。ただし、 $[x]$  は  $x$  以下の最大の整数を表す。

例えば  $[2] = 2$ ,  $[3.8] = 3$ ,  $\left[ \frac{7}{[\sqrt{7}]} \right] = \left[ \frac{7}{2} \right] = 3$  である。

このとき、次の設問に答えよ。

(1)  $f(n) = 5$  となる  $n$  の最小値と最大値を求めよ。

(2)  $f(n) > f(n+1)$  を満たす 2007 以下の正の整数  $n$  の個数を求めよ。

[以下余白]