

数学（A方式）

（問題）

2007年度

〈2007 H19011119〉

注 意 事 項

1. この試験では、この問題冊子のほかに、マーク解答用紙を配布する。問題冊子は、試験開始の指示があるまで開かないこと。
2. 問題は4～12ページに記載されている。試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に知らせること。
3. 解答はすべて解答用紙の所定欄にHBの黒鉛筆またはHBのシャープペンシルで記入すること。
4. マーク解答用紙については、受験番号を確認したうえ所定欄に氏名のみ記入すること。
5. 問1から問9までの **ア** , **イ** , **ウ** , …にはそれぞれ, $-49, -48, \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, 48, 49$ のいずれかが当てはまる。次の例にならって、マーク解答用紙の**ア**, **イ**, **ウ**, …で示された欄にマークして答えること。

例. **ア**に3, **イ**に-5, **ウ**に30, **エ**に-24, **オ**に0と答えたいとき。

	—	十 の 位				一 の 位									
		1	2	3	4	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ア	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐
イ	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐
ウ	☐	☐	☐	☒	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
エ	☒	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐
オ	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

6. マークははっきり記入すること。また、訂正する場合は、消しゴムでていねいに、消し残しがないようよく消すこと（砂消しゴムは使用しないこと）。

マークする時	☒ 良い	☒ 悪い	☐ 悪い
マークを消す時	☐ 良い	☒ 悪い	☐ 悪い

7. 試験終了の指示がでたら、すぐに解答を止め、筆記具をおくこと。終了の指示に従わず解答を続けた場合は、答案のすべてを無効とするので注意すること。
8. いかなる場合でも、解答用紙は必ず提出すること。
9. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ること。

問 1. $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^{2n}$ を展開したときの x^r の係数は

$$\frac{(2n)!}{\left\{ \frac{1}{\boxed{\text{ア}}} \left(\boxed{\text{イ}}^{n-r} \right) \right\}! \left\{ \frac{1}{\boxed{\text{ウ}}} \left(\boxed{\text{エ}}^{n+r} \right) \right\}!}$$

である。ただし、 r は $-2n \leq r \leq 4n$ を満たす整数とする。

問 2. 方程式

$$\log_x 512 + \log_x \frac{2}{x^7} + \log_2 x = 0$$

の 2 つの実数解を α と β (ただし, $\alpha > \beta$) とするとき

$$\alpha = \boxed{\text{オ}}, \quad \beta = \boxed{\text{カ}}$$

である.

問 3. 平面上に 3 点 O, A, B があり, $OA = 5$, $OB = 2$, $AB = 3\sqrt{2}$ である.
同じ平面上に点 P があり

$$5 \overrightarrow{OA} - 12 \overrightarrow{OB} + 21 \overrightarrow{OP} = \overrightarrow{0}$$

が成り立つ. このとき三角形 OBP の面積は $\frac{\boxed{\text{キ}} \sqrt{\boxed{\text{ク}}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である.

問 4. 複素数

$$z_1 = \cos \alpha + i \sin \alpha$$

$$z_2 = \cos \beta + i \sin \beta$$

が, 等式

$$z_1 + z_2 = \frac{5}{7} + \frac{4}{7}i$$

を満たすとき

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

である. ただし, i は虚数単位とする.

問 5. 不等式

$$-x^2 + (a+2)x + a - 3 < y < x^2 - (a-1)x - 2 \quad (*)$$

を考える。ただし、 x, y, a は実数とする。このとき

「どんな x に対しても、それぞれ適当な y をとれば不等式 (*) が成立する」

ための a の値の範囲は $\frac{\boxed{\text{シ}}}{2} < a < \frac{\boxed{\text{ス}}}{2}$ である。また

「適当な y をとれば、どんな x に対しても不等式 (*) が成立する」

ための a の値の範囲は $\frac{\boxed{\text{セ}} - \sqrt{\boxed{\text{ソ}}}}{2} < a < \frac{\boxed{\text{セ}} + \sqrt{\boxed{\text{ソ}}}}{2}$ である。

問 6. 四角錐 $OABCD$ において、底面 $ABCD$ は長方形であり、辺 OD は底面 $ABCD$ と垂直である。また、 $AD = 5\sqrt{2}$, $CD = OD = 5$ である。

辺 AD の中点を P , 辺 OB の中点を Q としたとき、点 A から三角形 PQC を含む平面に下ろした垂線の長さは $\frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ である。ただし、分母は可能な限り小さな自然数で答えること。

問 7. 関数 $f(x) = 3ax - 3a + b$ において, 実数 a, b が, 条件

$$\int_0^2 f(x)dx \geq 0, \quad \int_0^2 \{f(x)\}^2 dx \leq 18$$

を共に満たすように動くとき, 定積分 $I = \int_0^2 xf(x)dx$ のとりうる値の範囲は

$$\boxed{\text{ツ}}\sqrt{\boxed{\text{テ}}} \leq I \leq \boxed{\text{ト}}\sqrt{\boxed{\text{ナ}}}$$

である. ただし, 根号の中は可能な限り小さな自然数で答えること.

問 8. 実数 x, y, z の間に $x+2y+3z=7$ という関係があるとき, $x^2+y^2+z^2$ は $x = \frac{y}{\boxed{二}} = \frac{z}{\boxed{又}}$ のとき最小値 $\frac{\boxed{ネ}}{2}$ をとる.

問 9. x の 2 次方程式 $x^2 - mnx + m + n = 0$ (ただし, m, n は自然数) で 2 つの解がともに整数となるものは 個ある.

[以 下 余 白]

