

数学（B方式）

（問 題）

2007年度

〈2007 H19011119〉

注 意 事 項

1. この試験では、この問題冊子のほかに、マーク解答用紙を配布する。問題冊子は、試験開始の指示があるまで開かないこと。
2. 問題は4～12ページに記載されている。試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に知らせること。
3. 解答はすべて解答用紙の所定欄にHBの黒鉛筆またはHBのシャープペンシルで記入すること。
4. マーク解答用紙については、受験番号を確認したうえ所定欄に氏名のみ記入すること。
5. 問1から問9までの **ア** , **イ** , **ウ** , …にはそれぞれ、-49, -48, …, -2, -1, 0, 1, 2, …, 48, 49のいずれかが当てはまる。次の例にならって、マーク解答用紙の**ア** , **イ** , **ウ** , …で示された欄にマークして答えること。

例. **ア**に3, **イ**に-5, **ウ**に30, **エ**に-24, **オ**に0と答えたいとき。

	—	十 の 位				一 の 位									
		1	2	3	4	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ア	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐
イ	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐
ウ	☐	☐	☐	☒	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
エ	☒	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐
オ	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

6. マークははっきり記入すること。また、訂正する場合は、消しゴムでていねいに、消し残しがないようによく消すこと（砂消しゴムは使用しないこと）。

マークする時	☒ 良い	☒ 悪い	☐ 悪い
マークを消す時	☐ 良い	☒ 悪い	☐ 悪い

7. 試験終了の指示がでたら、すぐに解答を止め、筆記具をおくこと。終了の指示に従わず解答を続けた場合は、答案のすべてを無効とするので注意すること。
8. いかなる場合でも、解答用紙は必ず提出すること。
9. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ること。

問 1. $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^{2n}$ を展開したときの x^r の係数は

$$\frac{(2n)!}{\left\{ \frac{1}{\boxed{\mathcal{P}}} \left(\boxed{\mathcal{I}}_{n-r} \right) \right\}! \left\{ \frac{1}{\boxed{\mathcal{U}}} \left(\boxed{\mathcal{I}}_{n+r} \right) \right\}!}$$

である. ただし, r は $-2n \leq r \leq 4n$ を満たす整数とする.

問 2. 方程式

$$\log_x 512 + \log_x \frac{2}{x^7} + \log_2 x = 0$$

の 2 つの実数解を α と β (ただし, $\alpha > \beta$) とするとき

$$\alpha = \boxed{\text{才}}, \quad \beta = \boxed{\text{力}}$$

である.

問 3. 平面上に 3 点 O, A, B があり $OA = 5$, $OB = 2$, $AB = 3\sqrt{2}$ である.
同じ平面上に点 P があり

$$5 \overrightarrow{OA} - 12 \overrightarrow{OB} + 21 \overrightarrow{OP} = \overrightarrow{0}$$

が成り立つ. このとき三角形 OBP の面積は $\frac{\boxed{\text{キ}} \sqrt{\boxed{\text{ク}}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である.

問 4. 複素数

$$z_1 = \cos \alpha + i \sin \alpha$$

$$z_2 = \cos \beta + i \sin \beta$$

が、等式

$$z_1 + z_2 = \frac{5}{7} + \frac{4}{7}i$$

を満たすとき

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

である。ただし、 i は虚数単位とする。

問 5. 不等式

$$-x^2 + (a+2)x + a - 3 < y < x^2 - (a-1)x - 2 \quad (*)$$

を考える。ただし、 x, y, a は実数とする。このとき

「どんな x に対しても、それぞれ適当な y をとれば不等式 (*) が成立する」

ための a の値の範囲は $\frac{\boxed{\text{シ}}}{2} < a < \frac{\boxed{\text{ス}}}{2}$ である。また

「適当な y をとれば、どんな x に対しても不等式 (*) が成立する」

ための a の値の範囲は $\frac{\boxed{\text{セ}} - \sqrt{\boxed{\text{ソ}}}}{2} < a < \frac{\boxed{\text{セ}} + \sqrt{\boxed{\text{ソ}}}}{2}$ である。

問 6. 四角錐 $OABCD$ において、底面 $ABCD$ は長方形であり、辺 OD は底面 $ABCD$ と垂直である。また、 $AD = 5\sqrt{2}$, $CD = OD = 5$ である。

辺 AD の中点を P , 辺 OB の中点を Q としたとき、点 A から三角形 PQC を含む平面に下ろした垂線の長さは $\frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ である。ただし、分母は可能な限り小さな自然数で答えること。

問 7. 2 次正方行列 A に対して

$$A \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad A^2 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

が成り立つ. A と同じ型の単位行列を E とすれば

$$8A^4 = \boxed{\text{ツ}} A + \boxed{\text{テ}} E$$

である.

問 8. 関数 $f(x) = 3a \cos x + b \sin x$ において, 実数 a, b が, 条件

$$\int_0^\pi f(x) dx \geq 0, \quad \int_0^\pi \{f(x)\}^2 dx \leq \frac{\pi}{2}$$

を共に満たすように動くとき, 定積分 $I = \int_0^\pi (1 + \cos x) f(x) dx$ のとりうる値の範囲は

$$\frac{\pi}{\boxed{\text{ト}}} \leq I \leq \frac{\sqrt{\pi^2 + \boxed{\text{ナ}}}}{\boxed{\text{ニ}}}$$

である.

問 9. 数列 $\{a_n\}$ の一般項が次のように与えられている.

$$a_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \left\{ \left(\frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \right)^n - \left(\frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \right)^n \right\}$$

このとき, a_n, a_{n+1}, a_{n+2} は, 関係式 $a_n = \boxed{\text{ヌ}} a_{n+1} + \boxed{\text{ネ}} a_{n+2}$ を満たす.

これを利用すると $a_6 = \boxed{\text{ノ}}$ である. また, 数列 $\left\{ \frac{a_{n+1}}{a_n} \right\} (n = 1, 2, \dots)$ は

収束し, その極限値を α とすれば $\alpha^3 = \boxed{\text{ハ}} - \sqrt{\boxed{\text{ヒ}}}$ である.

[以 下 余 白]