

数	学
(問 題)	
2008年度	

〈2008 H20020111〉

注 意 事 項

1. 問題冊子および解答用紙は、試験開始の指示があるまで開かないこと。
2. 問題は2～3ページに記載されている。試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に知らせること。
3. 問1、問2、問3、問4の全問を解答すること。
4. 解答はすべて解答用紙の所定欄にHBの黒鉛筆またはHBのシャープペンシルで記入すること。コンパス、定規は使用してもよい。
5. 受験番号および氏名は、試験がはじまってから、解答用紙の所定欄（2か所）に正確に記入すること。

受験番号の記入にあたっては、次の数字見本に従い、正確に正しいに記入すること。

数 字 見 本	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
---------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

6. 試験終了の指示がでたら、すぐに解答をやめ、筆記具を置くこと。終了の指示に従わず解答を続けた場合は、答案のすべてを無効とするので注意すること。
7. いかなる場合でも、解答用紙は必ず提出すること。
8. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ること。

問1 正の数 x, y が等式

$$\log_{\sqrt{a}} x = 1 + \log_a y$$

をみたす。ただし、 a は1でない正の定数とする。このとき、次の各問に答えよ。答のみ解答欄に記入せよ。

(1) y を x の式で表せ。

(2) $x - y$ の最大値を求め、そのときの x, y の値も求めよ。

問2 空間内に、同一平面上にない相異なる4点 O, A, B, C がある。 $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}$ は互いに直交し、 $|\overrightarrow{OA}| = 1, |\overrightarrow{OB}| = 2, |\overrightarrow{OC}| = 3$ である。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}, \overrightarrow{OB} = \vec{b}, \overrightarrow{OC} = \vec{c}$ と表すとき、次の各問に答えよ。(3)は答のみ解答欄に記入せよ。

(1) 線分 BC を $t : (1 - t)$ ($0 < t < 1$) に内分する点を K とし、 $\overrightarrow{OK} = \vec{k}$ と表す。このとき、内積 $\vec{a} \cdot \vec{k}$ を求めよ。また、 $\vec{k}$ の大きさ $|\vec{k}|$ を t を用いて表せ。

(2) 三角形 OAK で、 O から AK にひいた垂線の足を H とする。このとき、 $AH : HK$ を $|\vec{a}|, |\vec{k}|$ を用いてできるだけ簡単に表せ。

(3) $\overrightarrow{OH}$ を、 $t, \vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を用いて、

$$\overrightarrow{OH} = \frac{(\quad)\vec{a} + (\quad)\vec{b} + (\quad)\vec{c}}{\quad}$$

の形に表せ。空欄にあてはまる式を求めよ。

(4) $\overrightarrow{OH}$ が3点 A, B, C のつくる平面に垂直であるとき、 t の値を求めよ。

問3 次の空欄にあてはまる式または数値を解答欄に記入せよ。ただし、

$$f(\theta) = 2\{(a-1)\sin^2\theta + a\sin\theta\cos\theta + (a+1)\cos^2\theta\}$$

とし、 a は正の定数、 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ とする。

(1) $f(\theta)$ を $\sin 2\theta$, $\cos 2\theta$ についてまとめると

$$f(\theta) = \boxed{\text{ア}} \sin 2\theta + \boxed{\text{イ}} \cos 2\theta + \boxed{\text{ウ}}$$

となる。

(2) $f(\theta)$ の最大値と最小値の差が5のとき、 $a = \boxed{\text{エ}}$ であり、 $f(\theta)$ の最大値は $\boxed{\text{オ}}$ である。

問4 数列 $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ は、初項 a 、公差 d の等差数列であり、 $a_3 = 12$ かつ $S_8 > 0$, $S_9 \leq 0$ をみたす。ただし、 $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ である。このとき、次の各問に答えよ。(1), (2)は答のみ解答欄に記入せよ。

(1) 公差 d がとる値の範囲を求めよ。

(2) a_n ($n > 3$) がとる値の範囲を、 n を用いて表せ。

(3) $a_n > 0$, $a_{n+1} \leq 0$ となる n の値を求めよ。

(4) S_n が最大となるときの n の値をすべて求めよ。また、そのときの S_n を d の式で表せ。

〔以下余白〕