

数 学

(問 題)

2008年度

〈2008 H20023620〉

注 意 事 項

1. 問題冊子は，試験開始の指示があるまで開かないこと。
2. 問題は4～6ページに記載されている。試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁およびマーク解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督員に知らせること。
3. 解答はすべてマーク解答用紙の所定欄にHBの黒鉛筆またはHBのシャープペンシルでマークすること。
4. 氏名は，試験開始後，マーク解答用紙の所定欄に，正しくていねいに記入すること。
5. 問1から問5までの **ア**， **イ**， **ウ**， …にはそれぞれ， -49 ， -48 ， $\dots$ ， -2 ， -1 ， 0 ， 1 ， 2 ， $\dots$ ， 48 ， 49 のいずれかが当てはまる。次の例にならって，マーク解答用紙の**ア**，**イ**，**ウ**，…で示された欄にマークして答えること。

例. **ア**に3，**イ**に -5 ，**ウ**に30，**エ**に -24 ，**オ**に0と答えたいとき。

	—	十 の 位				一 の 位									
		1	2	3	4	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ア	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐
イ	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐
ウ	☐	☐	☐	☒	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
エ	☒	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐
オ	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

6. マーク欄ははっきり記入すること。また，訂正する場合は，消しゴムでていねいに，消し残しがないようによく消すこと（砂消しゴムは使用しないこと）。

マークする時	☒ 良い	☒ 悪い	☐ 悪い
マークを消す時	☐ 良い	☒ 悪い	☐ 悪い

7. 試験終了の指示がでたら，すぐに解答を止め，筆記具を置くこと。終了の指示に従わず解答を続けた場合は，答案のすべてを無効とするので注意すること。
8. 試験終了後，問題冊子は持ち帰ること。
9. いかなる場合でも，マーク解答用紙は必ず提出すること。

問 1.

(1) 2つの等差数列 $\{a_n\}$ と $\{b_n\}$ において、式

$$a_n + 2b_n = 8n - 1, \quad a_nb_n = \frac{15}{2}n^2 - \frac{7}{2}n - 1$$

が成り立っている。このとき $a_1 = 1$ ならば $b_1 = \boxed{\text{ア}}$ であり、数列 $\{a_n\}$ と $\{b_n\}$ の一般項は

$$a_n = \boxed{\text{イ}}n + \boxed{\text{ウ}}, \quad b_n = \frac{\boxed{\text{エ}}n + \boxed{\text{オ}}}{2}$$

である。

(2) 不等式

$$6^x - 2 \cdot 2^x - 9 \cdot 3^x + 18 \leq 0$$

を満たす整数 x のうち、最小のものは $\boxed{\text{カ}}$ であり、最大のものは $\boxed{\text{キ}}$ である。

問 2.

座標平面上の2つの放物線

$$y = -x^2 + 9 \tag{1}$$

$$y = -x^2 + 4ax - 4a^2 + 9 \tag{2}$$

を考える。ただし a は定数で $0 < a < 3$ とする。放物線 (1) の頂点を A とし、放物線 (2) の頂点を B とする。放物線 (1) と x 軸との交点のうち x 座標の大きい方を C とし、放物線 (2) と x 軸との交点のうち x 座標の小さい方を D とする。放物線 (1) と放物線 (2) および線分 AB によって囲まれた図形の面積を S とし、放物線 (1) と放物線 (2) および線分 CD によって囲まれた図形の面積を T とする。このとき、面積の和 $S + T$ は

$$a = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\sqrt{2}}$$

のとき、最小値

$$\boxed{\text{ケ}} + \boxed{\text{コ}}\sqrt{2}$$

をとる。

問3.

座標平面上の直線 l の方程式を $y = \sqrt{3}x$ とし、直線 l と x 軸の両方に接する半径 1 の円の中心を C とする。
このとき C の座標は

$$\left(\sqrt{\boxed{\text{サ}}}, \boxed{\text{シ}} \right)$$

である。直線 l と x 軸と円 C で囲まれる領域内で、円 C と点 P で接する直線 m が x 軸と点 $A \left(\frac{3\sqrt{3}}{4}, 0 \right)$ で交わるとする。線分 AP の長さは

$$AP = \frac{\sqrt{3}}{\boxed{\text{ス}}}$$

である。直線 l と直線 m の交点を B とし、 $\angle ACP = \alpha$, $\angle BCP = \beta$ とおく。このとき

$$\tan(\alpha + \beta) = \sqrt{\boxed{\text{セ}}}$$

である。線分 BP および AB の長さは

$$BP = \frac{3\sqrt{3}}{\boxed{\text{ソ}}}, \quad AB = \frac{\boxed{\text{タ}}\sqrt{3}}{\boxed{\text{チ}}}$$

である。ただし、 $\boxed{\text{タ}}$ と $\boxed{\text{チ}}$ は正の整数である。

問 4.

空間内の 3 点を $A(4, -2, 0)$, $B(10, 1, -3)$, $C(9, -4, 2)$ とする.

(a) $\alpha = \angle BAC$ とするとき $\sin \alpha = \frac{3}{\sqrt{\square \text{ツ}}}$ である.

(b) 原点 O から 3 点 A, B, C の定める平面に下ろした垂線を OP とするとき, 点 P の座標は

$$(\square \text{テ}, \square \text{ト}, \square \text{ナ})$$

である.

(c) 三角錐 $OABC$ の体積は $\square \text{ニ}$ である.

問 5.

座標平面上で, 半径 1 の円が放物線 $y = \frac{1}{2}x^2$ と第 1 象限の点 $P\left(a, \frac{a^2}{2}\right)$ で接している. 点 P における放物線の接線が, 原点と円の中心を通る直線と平行になるとき

$$a^2 = \square \text{ヌ} + \square \text{ネ} \sqrt{2}$$

である. また, 円の中心の座標は

$$(\square \text{ノ} \sqrt{\square \text{ハ} + \sqrt{2}}, \square \text{ヒ} \sqrt{2})$$

である.

[以 下 余 白]