

2008年度

数 学

(問 題)

〈H20020018〉

注 意 事 項

1. 問題冊子および記述解答用紙は、試験開始の指示があるまで開かないこと。
2. 問題は4～5ページに記載されている。試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び記述解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に知らせること。
3. 解答はすべて記述解答用紙の所定欄にHBの黒鉛筆またはHBのシャープペンシルで記入すること。
4. 受験番号および氏名は、試験開始後、記述解答用紙の所定欄（2か所）に正確に間違いに記入すること。読みづらい数字は採点処理に支障をきたすことがあるので、注意すること。

数 字 見 本	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
---------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

5. 計算の途中経過を記述すること。
6. 定規、コンパスを使用してもよい。
7. 試験終了の指示がでたら、すぐに解答を止め、筆記具を置くこと。終了の指示に従わず解答を続けた場合は、答案のすべてを無効とするので注意すること。
8. いかなる場合でも、記述解答用紙は必ず提出すること。
9. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ること。

1

次の問に答えよ。

- (1) t を定数とする。 x の不等式 $x^2 - (1+t)x + t > 0$ を解け。
- (2) $0 \leq t \leq 1$ のとき、 $f(t) = \int_0^1 |x^2 - (1+t)x + t| dx$ を求めよ。
- (3) $0 \leq t \leq 1$ のとき、 $f(t)$ の最大値、最小値およびそのときの t の値を求めよ。

2

座標平面上に点 $O(0, 0)$, $A(2, 0)$, $B(2, 2a)$, $C(2, b)$ があり、
 $\angle COA = 2\angle BOA$ である。次の問に答えよ。ただし $0 < a < 1$, $b > 0$ とする。

- (1) b を a を用いて表せ。
- (2) 3点 O , A , B を通る円の方程式を求めよ。
- (3) $p > 0$ とする。 x 軸上の点 $P(p, 0)$ で x 軸と接し、かつ直線 OC と接する円のうち、第1象限に中心をもつ円の方程式を求めよ。
- (4) (3)の円において、 $a = \frac{1}{2}$, $p = 4$ のとき、この円と直線 OC の接点の座標を求めよ。

3

数列 $\{a_n\}$ は、次の漸化式を満たしている。

$$a_1 = 0$$

$$a_2 = 1$$

$$a_{2n+1} = 2a_n$$

$$a_{2n+2} = a_n + a_{n+1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

次の問に答えよ。

(1) a_7, a_8 の値を求めよ。

(2) k を自然数とすると、

(i) a_{2^k-1} を k の式で表せ。

(ii) a_{2^k} を k の式で表せ。

(3) ここで、次の漸化式を満たす数列 $\{b_k\}$ を考える。

$$b_1 = 2$$

$$b_{k+1} = 2b_k + 1 \quad (k = 1, 2, 3, \dots)$$

このとき、 $a_{b_{k+1}} = \boxed{\text{①}}$ となるから、 $a_{b_k} = \boxed{\text{②}}$ である。

(i) ①にあてはまる式を a_{b_k} の式で表せ。

(ii) ②にあてはまる k の式を求めよ。

(iii) b_k を k の式で表せ。

(4) k を自然数とすると、 $a_{3 \cdot 2^k - 1}$ を k の式で表せ。

[以 下 余 白]