

数 学

(問 題)

2009年度

〈2009 H21033620〉

注 意 事 項

1. 問題冊子は、試験開始の指示があるまで開かないこと。
2. 問題は4～7ページに記載されている。試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁およびマーク解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に知らせること。
3. 解答はすべてマーク解答用紙の所定欄にHBの黒鉛筆またはHBのシャープペンシルでマークすること。
4. 氏名は、試験開始後、マーク解答用紙の所定欄に、正しくていねいに記入すること。
5. 問1から問4までの **ア** , **イ** , **ウ** , …にはそれぞれ, $-49, -48, \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, 48, 49$ のいずれかが当てはまる。次の例にならって、マーク解答用紙の**ア**, **イ**, **ウ**, …で示された欄にマークして答えること。

例. **ア**に3, **イ**に-5, **ウ**に30, **エ**に-24, **オ**に0と答えたいとき。

	—	十 の 位				一 の 位									
		1	2	3	4	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ア	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐
イ	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐
ウ	☐	☐	☐	☒	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
エ	☒	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐
オ	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

6. マーク欄ははっきり記入すること。また、訂正する場合は、消しゴムでていねいに、消し残しがないようによく消すこと（砂消しゴムは使用しないこと）。

マークする時	☒ 良い	☐ 悪い	☐ 悪い
マークを消す時	☐ 良い	☐ 悪い	☐ 悪い

7. 試験終了の指示がでたら、すぐに解答を止め、筆記具を置くこと。終了の指示に従わず解答を続けた場合は、答案のすべてを無効とするので注意すること。
8. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ること。
9. いかなる場合でも、マーク解答用紙は必ず提出すること。

問 1.

(1) 関数

$$f(x) = 2^x + 2^{-x}$$

は $x = \boxed{\text{ア}}$ のとき, 最小値 $\boxed{\text{イ}}$ をとる. また, 関数

$$g(x) = 8^x + 8^{-x} - 4(4^x + 4^{-x})$$

は

$$x = -1 + \log_2 \left(\boxed{\text{ウ}} \pm \sqrt{\boxed{\text{エ}}} \right)$$

のとき, 最小値 $\boxed{\text{オ}}$ をとる.

(2) 放物線 $y = \frac{1}{2}x^2 + x$ と円 $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 2$ の両方に接する直線は,

$$y = \boxed{\text{カ}}x + \boxed{\text{キ}}$$

$$y = \boxed{\text{ク}}x + \boxed{\text{ケ}}$$

$$y = \boxed{\text{コ}}x + \boxed{\text{サ}}$$

である. ただし, $\boxed{\text{カ}} < \boxed{\text{ク}} < \boxed{\text{コ}}$ とする.

問 2.

次のようなコインを n 回投げるゲームを行う。ゲーム開始時の持ち点は 0 点とし、1 回投げるごとに持ち点は表が出る と 1 点増え、裏が出ると 1 点減る。ゲーム開始時から終了時までの最大の持ち点を m 点とする。

(a) $n = 2$ のとき、 $m = 1$ となる確率は $\frac{\boxed{\text{シ}}}{4}$ である。

(b) $n = 3$ のとき、 m の期待値は $\frac{\boxed{\text{ス}}}{8}$ である。

(c) $n = 5$ のとき、 $m \leq 2$ となる確率は $\frac{\boxed{\text{セ}}}{32}$ である。

(d) $n = 7$ のとき、 $m \geq 4$ となる確率は $\frac{\boxed{\text{ソ}}}{128}$ である。

問 3.

点 P は円 $x^2 + y^2 = 4$ 上の第 1 象限を動く点であり、点 Q は円 $x^2 + y^2 = 16$ 上の第 2 象限を動く点である。ただし、原点 O に対して、つねに $\angle POQ = 90^\circ$ であるとする。また、点 P から x 軸に垂線 PH を下ろし、点 Q から x 軸に垂線 QK を下ろす。さらに $\theta = \angle POH$ とする。

(a) 四角形 PQKH の面積は $\tan \theta = \boxed{\text{タ}}$ のとき、最大値 $\boxed{\text{チ}}$ をとる。

(b) 三角形 QKH の面積は

$$\tan \theta = \frac{\boxed{\text{ツ}} + \sqrt{\boxed{\text{テ}}}}{2}$$

のとき、最大値

$$\boxed{\text{ト}} \left(\sqrt{\boxed{\text{ナ}}} + 1 \right)$$

をとる。

問 4.

数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ はともに公差 2 の等差数列であり, 初項 a_1 と b_1 は $a_1 < b_1$ を満たす. さらに数列 $\{c_n\}, \{d_n\}$ を

$$c_n = \sum_{k=1}^n a_k, \quad d_n = \sum_{k=1}^n b_k \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

とする. 座標平面上で点 $A_n(a_n, c_n)$ と点 $B_n(b_n, d_n)$ は, すべて放物線 $C: y = px^2 + qx + r$ 上にあるとする.

ただし, p, q, r は定数である.

(a) $p = \boxed{二}$, $q = \boxed{又}$ である.

(b) $r = 0$ のとき, $a_1 = \boxed{ネ}$, $b_1 = \boxed{ノ}$ である.

(c) 線分 A_nB_n と放物線 C で囲まれた図形の面積を S_n とする. $S_1 = 9$ のとき, $r = \boxed{ハ}$, $S_{10} = \boxed{ヒ}$ である.

[以 下 余 白]

