

数 学

(問 題)

2010年度

〈2010 H22040111〉

注 意 事 項

1. 問題冊子および解答用紙は、試験開始の指示があるまで開かないこと。
2. 問題は2～3ページに記載されている。試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に知らせること。
3. 問1、問2、問3、問4の全問を解答すること。
4. 解答はすべて解答用紙の所定欄にHBの黒鉛筆またはHBのシャープペンシルで記入すること。コンパス、定規は使用してもよい。
5. 受験番号および氏名は、試験がはじまってから、解答用紙の所定欄（2か所）に正確に記入すること。

受験番号の記入にあたっては、次の数字見本に従い、正確にていねいに記入すること。

数 字 見 本	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
---------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

6. いかなる場合でも、解答用紙は必ず提出すること。
7. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ること。

問1 数字 k ($k = 1, 2, 3, 4, 5$) が記入されたカードがそれぞれ k 枚あり, さらに, 数字 0 が記入されたカードが 1 枚, 合計 16 枚のカードがある。この中から 2 枚のカードを同時に取り出し, 2 枚のカードの数が同じ場合は 1 点, 異なる場合は大きい方の数の点を得る。ただし, 0 を含む場合は大きい方の数の 2 倍の点を得る。

このとき, 次の各問に答えよ。答のみ解答欄に記入せよ。

(1) 得点が 1 点となる場合は何通りあるか。

(2) 得点が 4 点以上となる確率を求めよ。

(3) 得点が偶数となる確率を求めよ。

問2 x - y 平面上の 3 点を

$$A(0, 9), B(-3, 0), C(2, 0)$$

とし, 原点を O とする。このとき, 次の各問に答えよ。空欄にあてはまる最もかんたんな数値を解答欄に記入せよ。

(1) AC を $3:1$ に内分する点を D とし, BD が y 軸と交わる点を E とするとき,

$$OE:EA = \boxed{} : \boxed{} \text{ である。}$$

(2) CE を延長して, AB と交わる点を F とするとき, $\triangle AFC$ の面積は, $\triangle ABC$ の面積の

$$\frac{\boxed{}}{\boxed{}} \text{ である。}$$

問3 A を正定数, 角 θ を $0^\circ < \theta < 45^\circ$ とし, 数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1 = \frac{A \sin \theta}{1 + \sin \theta}$$
$$a_n = \frac{\{A - 2(a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1})\} \sin \theta}{1 + \sin \theta} \quad (n = 2, 3, \dots)$$

で定義する。

このとき, 次の各問に答えよ。(1), (3)は答のみ解答欄に記入せよ。

(1) $\frac{a_2}{a_1}$ を, A と θ を用いて表せ。

(2) a_n ($n \geq 3$) を, a_{n-1} および A , θ を用いて表せ。

(3) 初項から第 n 項までの和 $S_n = a_1 + \cdots + a_n$ を, A , θ および n を用いて表せ。

問4 $x \geq \frac{1}{2}$ において, 直線 $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$, 曲線 $y = 4\left(x - \frac{1}{2}\right)^2$ および x 軸で囲まれる図形を D とする。ただし, D は境界をすべて含む。

このとき, 次の各問に答えよ。

(1) 図形 D の面積 S を求めよ。答のみ解答欄に記入せよ。

(2) 直線 $l: y = ax + b$ ($a > 0$) と図形 D が共有点をもつとき, a , b のみたす不等式を求めよ。また, それらの不等式が表す領域を a - b 平面上に図示せよ。

(3) 図形 D の面積 S が, 直線 $m: y = 4x + b$ によって2等分されるような定数 b の値を求めよ。

[以 下 余 白]