

数 学

(問 題)

2010年度

〈2010 H22040015 (数学)〉

注 意 事 項

1. 問題冊子および記述解答用紙は、試験開始の指示があるまで開かないこと。
2. 問題は4～5ページに記載されている。試験中に問題冊子の印刷の乱れ、解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に知らせること。
3. 解答はすべて解答用紙の所定欄にHBの黒鉛筆またはHBのシャープペンシルで記入すること。欄外の余白には何も記入しないこと。
4. 試験が開始されたらただちに、解答用紙の所定欄（2か所）に、受験番号および氏名を正確に丁寧に記入すること。
5. いかなる場合でも、解答用紙は必ず提出すること。
6. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ること。

- 1 次の にあてはまる数、数式または文字等を解答用紙の所定欄に記入せよ。

(1) 極限

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sqrt[n]{(n+1)(n+2) \cdots (n+n)}$$

の値は ア である。

(2) ある囲碁大会で、5つの地区から男女が各1人ずつ選抜されて、男性5人と女性5人のそれぞれが異性を相手とする対戦を1回行う。その対戦組み合わせを無作為な方法で決めるとき、同じ地区同士の対戦が含まれない組み合わせが起こる確率は イ である。

(3) $\triangle ABC$ において、辺 AB を $2:1$ に内分する点を P 、辺 AC を $2:3$ に内分する点を Q とする。直線 BQ と直線 CP の交点を R とするとき、ベクトル $\overrightarrow{AR}$ をベクトル $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ で表すと ウ である。

(4) 関数

$$y = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1} + 1}$$

の逆関数を表す式は $y =$ エ で、その定義域は オ である。

- 2 底面が正六角形 ABCDEF で頂点が O の正六角錐 O-ABCDEF がある。
底面の辺の長さを a , $OA=OB=OC=OD=OE=OF=2a$ とする。

2つの面 $\triangle OAB$ と $\triangle OBC$ のなす角を θ とするとき, $\cos \theta$ を求めよ。

- 3 座標平面上で, C_1, C_2, C_3 を, それぞれ, 中心が $(0, 0), (3, 0), (5, 0)$,
半径が $2, 1, 1$ である円周とする。点 P は点 $(2, 0)$ を出発点とし,
円周 C_1 上を反時計回りに等速で $2a$ 秒で一周する。点 Q は点 $(4, 0)$
を出発点とし, 先ず円周 C_2 上を反時計回りに等速で a 秒で一周し,
続いて円周 C_3 上を時計回りに等速で a 秒で一周する。

点 P, Q が同時に出発するとき, 線分 PQ の長さの最大値と最小値
を求めよ。

ただし, a は正の定数である。

- 4 n を正の整数とする。

- (1) $x > y > 0$ とするとき, 次の不等式を証明せよ。

$$x^{n+1} - y^{n+1} > (n+1)(x-y)y^n$$

- (2) $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1}$ と $\left(1 + \frac{1}{n+1}\right)^{n+2}$ の大小を比較せよ。

[以 下 余 白]

