

2010年度

数 学

(問 題)

〈 H2204BY16 〉

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで、問題冊子および記述解答用紙を開かないこと。
2. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に知らせること。
3. 記述解答用紙の所定の欄（2 か所）に、氏名および受験票に記載されている受験番号を正確に記入すること。受験番号は、右詰めで記入し、番号欄に余白が生じる場合でも、番号の前に「0」を記入しないこと。

(例) 3825番 ⇨

万	千	百	十	一
	3	8	2	5

※数字は読みやすいように、はっきり記入すること。

読みにくい数字は採点処理に支障をきたすことがあるので、注意すること。

数 字 見 本	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
---------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

4. いかなる場合でも、解答用紙は必ず提出すること。

1

ア

～

オ

にあてはまる数または式を解答用紙の所定欄に記入せよ.

(1) 整数 a, b が $2a + 3b = 42$ を満たすとき, ab の最大値は ア である.

(2) 三角形 ABC において, $AB = 2$, $BC = 1$, $CA = \sqrt{2}$ とし, $\angle A = \alpha$, $\angle B = \beta$ とする.

正の整数 m, n が $m\alpha + n\beta = \pi$ を満たすとき, $m =$ イ $, n =$ ウ である.

(3) 数列 $\{a_n\}$ は次の 3 つの条件を満たしている.

(i) $\{a_n\}$ は等差数列で, その公差は 0 ではない.

(ii) $a_1 = 1$

(iii) 数列 a_3, a_6, a_{10} は等比数列になっている.

このとき数列 $\{a_n\}$ の第 2010 項までの和 $\sum_{n=1}^{2010} a_n$ の値は エ である.

(4) 四面体 ABCD は $AB = BC = CD = DA = 1$ を満たす. このような四面体の体積のとり得る最大値は オ である.

2

a は定数で, $a > 1$ とする. 座標平面において,

$$\text{円 } C: x^2 + y^2 = 1$$

$$\text{直線 } \ell: x = a$$

とする.

ℓ 上の点 P を通り円 C に接する 2 本の接線の接点をそれぞれ A, B とするとき, 直線 AB は, 点 P によらず, ある定点を通ることを示し, その定点の座標を求めよ.

3

t を実数とする. 2 つの放物線

$$y = x^2 + 1 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$y = -(x - t)^2 + t \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

の両方に接する 2 本の直線を ℓ_1, ℓ_2 とし, ℓ_1 と ℓ_2 の交点を P , ℓ_1 と $\textcircled{1}$ の接点を $A(\alpha, \alpha^2 + 1)$, ℓ_2 と $\textcircled{1}$ の接点を $B(\beta, \beta^2 + 1)$ とする.

次の設問に答えよ.

(1) P の座標を α, β を用いて表せ.

(2) 三角形 APB の面積を $S(t)$ とするとき, $S(t)$ を t の式で表せ.

(3) $S(t)$ の最小値を求めよ.

[以 下 余 白]