

数学（A方式）

（問 題）

2010年度

〈2010 H22041119〉

注 意 事 項

1. この試験では、この問題冊子のほかに、マーク解答用紙を配布する。問題冊子は、試験開始の指示があるまで開かないこと。
2. 問題は4～10ページに記載されている。試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に知らせること。
3. 解答はすべて解答用紙の所定欄にHBの黒鉛筆またはHBのシャープペンシルで記入すること。
4. マーク解答用紙については、受験番号を確認したうえ所定欄に氏名のみ記入すること。
5. 問1から問7までの「ア」，「イ」，「ウ」，…にはそれぞれ， -49 ， -48 ，…， -2 ， -1 ， 0 ， 1 ， 2 ，…， 48 ， 49 のいずれかが当てはまる。次の例にならって、マーク解答用紙の「ア」，「イ」，「ウ」，…で示された欄にマークして答えること。

例. アに3，イに -5 ，ウに30，エに -24 ，オに0と答えたいとき。

	—	十 の 位				— の 位									
		1	2	3	4	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ア	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐
イ	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐
ウ	☐	☐	☐	☒	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
エ	☒	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐
オ	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

6. マークははっきり記入すること。また、訂正する場合は、消しゴムでていねいに、消し残しがないようよく消すこと（砂消しゴムは使用しないこと）。

マークする時	☒ 良い	☐ 悪い	☐ 悪い
マークを消す時	☐ 良い	☐ 悪い	☐ 悪い

7. いかなる場合でも、解答用紙は必ず提出すること。
8. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ること。

【問 1】

(1) 異なる 3 個のサイコロを同時に投げたとき、目の和が 5 の倍数になる場合は $\boxed{\text{ア}}$ 通りである.

(2) 数列 $\{a_n\}$ は、初項が 2、公差が 5 の等差数列であり、数列 $\{b_n\}$ は、初項が 1、公比が 3 の等比数列である. このとき

$$a_1b_1 + a_2b_2 + \cdots + a_nb_n = \frac{\boxed{\text{イ}} + (\boxed{\text{ウ}}n + \boxed{\text{エ}})3^n}{\boxed{\text{オ}}}$$

である. ただし, $\boxed{\text{オ}}$ はできる限り小さい自然数で答えること.

【問 2】

方程式 $3^{2-\log_2 x} + 26 \cdot 3^{-\log_4 x} - 3 = 0$ を解くと、 $x = \boxed{\text{力}}$ となる。

【問 3】

係数 a, b が整数である 3 次方程式 $x^3 + ax^2 + bx + 1 = 0$ が 2 つの虚数解と 1 つの整数解をもつ。これを満たす整数の組 (a, b) は キ 組あり, そのうち a の値が最大となる組は $(a, b) = (\text{ク}, \text{ケ})$ である。

【問 4】

k は実数の定数とする．実数 x, y に対して，次の条件 P, Q を考える．

$$P : x \geq 0 \quad \text{かつ} \quad y \geq 0$$

$$Q : -kx + y \geq 0 \quad \text{かつ} \quad 14x - (k - 5)y \geq 0$$

このとき， P が Q の十分条件となるための k の範囲は， $k \leq \boxed{\text{コ}}$ である．また，

P が Q の必要条件となるための k の範囲は $\boxed{\text{サ}} \leq k < \boxed{\text{シ}}$ である．

【問 5】

四面体 $OABC$ において、線分 OA を $2:1$ に内分する点を P 、線分 OB を $3:1$ に内分する点を Q 、線分 BC を $4:1$ に内分する点を R とする。この四面体を 3 点 P, Q, R を通る平面で切り、この平面が線分 AC と交わる点を S とするとき、線分の長さの比 $AS:SC$ を求めることを考えよう。

点 S は 3 点 P, Q, R を通る平面上にあるから、定数 s, t, u を用いて、

$$\overrightarrow{OS} = s\overrightarrow{OP} + t\overrightarrow{OQ} + u\overrightarrow{OR} \quad (s+t+u=1)$$

と書くことができる。ここで、 $\overrightarrow{OR} = \frac{\boxed{\text{ス}}\overrightarrow{OB} + \boxed{\text{セ}}\overrightarrow{OC}}{\boxed{\text{ソ}}}$ であるから、

$\overrightarrow{OS}$ は $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}$ それぞれの定数倍の和として表わすことができる。

そこで、 $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}$ の係数をそれぞれ定数 s', t', u' とおくことにより

$$\overrightarrow{OS} = s'\overrightarrow{OA} + t'\overrightarrow{OB} + u'\overrightarrow{OC} \quad (18s' + 16t' + 11u' = \boxed{\text{タ}})$$

と書くことができる。ところが、点 S は線分 AC 上にあることから、 s', t', u' を求めることができ、 $AS:SC = \boxed{\text{チ}}:\boxed{\text{ツ}}$ であることがわかる。

ただし、 $\boxed{\text{ソ}}, \boxed{\text{チ}}, \boxed{\text{ツ}}$ はできる限り小さい自然数で答えること。

【問 6】

放物線 $y = 3x^2 - 12x$ ($m \leq x \leq m + 2$) と 3 直線 $y = 0$, $x = m$, $x = m + 2$ で囲まれた 2 つの部分の面積の和を S とする. ただし, m は定数で $2 < m < 4$ とする. このとき, S は $m = \boxed{\text{テ}} + \sqrt{\boxed{\text{ト}}}$ で最小値 $\boxed{\text{ナ}} + \boxed{\text{ニ}}\sqrt{\boxed{\text{ヌ}}}$ をとる. ただし, $\boxed{\text{ヌ}}$ はできる限り小さい自然数で答えること.

【問 7】

$\alpha = 72^\circ$ のとき, $\cos 3\alpha - \cos 2\alpha = \boxed{\text{ネ}}$ であり, $\cos^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{\boxed{\text{ノ}} + \sqrt{\boxed{\text{ハ}}}}{8}$ である.

[以 下 余 白]

