

# 数学（B方式）

（問 題）

2010年度

〈2010 H22041119〉

## 注 意 事 項

1. この試験では、この問題冊子のほかに、マーク解答用紙を配布する。問題冊子は、試験開始の指示があるまで開かないこと。
2. 問題は4～10ページに記載されている。試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に知らせること。
3. 解答はすべて解答用紙の所定欄にHBの黒鉛筆またはHBのシャープペンシルで記入すること。
4. マーク解答用紙については、受験番号を確認したうえ所定欄に氏名のみ記入すること。
5. 問1から問7までの **ア**， **イ**， **ウ**， …にはそれぞれ， $-49$ ， $-48$ ，…， $-2$ ， $-1$ ， $0$ ， $1$ ， $2$ ，…， $48$ ， $49$ のいずれかが当てはまる。次の例にならって、マーク解答用紙の**ア**，**イ**，**ウ**，…で示された欄にマークして答えること。

例. **ア**に3，**イ**に $-5$ ，**ウ**に30，**エ**に $-24$ ，**オ**に0と答えたいとき。

|          | —                                | 十 の 位                 |                                  |                                  |                       | — の 位                            |                       |                       |                                  |                                  |                                  |                       |                       |                       |                       |
|----------|----------------------------------|-----------------------|----------------------------------|----------------------------------|-----------------------|----------------------------------|-----------------------|-----------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
|          |                                  | 1                     | 2                                | 3                                | 4                     | 0                                | 1                     | 2                     | 3                                | 4                                | 5                                | 6                     | 7                     | 8                     | 9                     |
| <b>ア</b> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <b>イ</b> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <b>ウ</b> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <b>エ</b> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <b>オ</b> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |

6. マークははっきり記入すること。また、訂正する場合は、消しゴムでていねいに、消し残しがないようよく消すこと（砂消しゴムは使用しないこと）。

|         |                                     |                          |                          |
|---------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| マークする時  | <input checked="" type="radio"/> 良い | <input type="radio"/> 悪い | <input type="radio"/> 悪い |
| マークを消す時 | <input type="radio"/> 良い            | <input type="radio"/> 悪い | <input type="radio"/> 悪い |

7. いかなる場合でも、解答用紙は必ず提出すること。
8. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ること。





【問 1】

(1) 異なる 3 個のサイコロを同時に投げたとき、目の和が 5 の倍数になる場合は  $\boxed{\text{ア}}$  通りである.

(2) 数列  $\{a_n\}$  は、初項が 2、公差が 5 の等差数列であり、数列  $\{b_n\}$  は、初項が 1、公比が 3 の等比数列である. このとき

$$a_1b_1 + a_2b_2 + \cdots + a_nb_n = \frac{\boxed{\text{イ}} + (\boxed{\text{ウ}}n + \boxed{\text{エ}})3^n}{\boxed{\text{オ}}}$$

である. ただし,  $\boxed{\text{オ}}$  はできる限り小さい自然数で答えること.

【問2】

方程式  $3^{2-\log_2 x} + 26 \cdot 3^{-\log_4 x} - 3 = 0$  を解くと、 $x = \boxed{\text{力}}$  となる。

【問 3】

係数  $a, b$  が整数である 3 次方程式  $x^3 + ax^2 + bx + 1 = 0$  が 2 つの虚数解と 1 つの整数解をもつ. これを満たす整数の組  $(a, b)$  は キ 組あり, そのうち  $a$  の値が最大となる組は  $(a, b) = (\text{ク}, \text{ケ})$  である.

【問 4】

$k$  は実数の定数とする．実数  $x, y$  に対して，次の条件  $P, Q$  を考える．

$$P : x \geq 0 \quad \text{かつ} \quad y \geq 0$$

$$Q : -kx + y \geq 0 \quad \text{かつ} \quad 14x - (k - 5)y \geq 0$$

このとき， $P$  が  $Q$  の十分条件となるための  $k$  の範囲は， $k \leq \boxed{\text{コ}}$  である．また，

$P$  が  $Q$  の必要条件となるための  $k$  の範囲は  $\boxed{\text{サ}} \leq k < \boxed{\text{シ}}$  である．

【問5】

四面体  $OABC$  において、線分  $OA$  を  $2:1$  に内分する点を  $P$ 、線分  $OB$  を  $3:1$  に内分する点を  $Q$ 、線分  $BC$  を  $4:1$  に内分する点を  $R$  とする。この四面体を3点  $P, Q, R$  を通る平面で切り、この平面が線分  $AC$  と交わる点を  $S$  とするとき、線分の長さの比  $AS:SC$  を求めることを考えよう。

点  $S$  は3点  $P, Q, R$  を通る平面上にあるから、定数  $s, t, u$  を用いて、

$$\overrightarrow{OS} = s\overrightarrow{OP} + t\overrightarrow{OQ} + u\overrightarrow{OR} \quad (s+t+u=1)$$

と書くことができる。ここで、 $\overrightarrow{OR} = \frac{\boxed{\text{ス}}\overrightarrow{OB} + \boxed{\text{セ}}\overrightarrow{OC}}{\boxed{\text{ソ}}}$  であるから、

$\overrightarrow{OS}$  は  $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}$  それぞれの定数倍の和として表わすことができる。

そこで、 $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}$  の係数をそれぞれ定数  $s', t', u'$  とおくことにより

$$\overrightarrow{OS} = s'\overrightarrow{OA} + t'\overrightarrow{OB} + u'\overrightarrow{OC} \quad (18s' + 16t' + 11u' = \boxed{\text{タ}})$$

と書くことができる。ところが、点  $S$  は線分  $AC$  上にあることから、 $s', t', u'$

を求めることができ、 $AS:SC = \boxed{\text{チ}}:\boxed{\text{ツ}}$  であることがわかる。

ただし、 $\boxed{\text{ソ}}, \boxed{\text{チ}}, \boxed{\text{ツ}}$  はできる限り小さい自然数で答えること。

【問 6】

関数  $y = \frac{1}{x}$  のグラフと接する 2 本の直線  $l_1, l_2$  が第 2 象限で交わっている.

実数  $a, b$  は  $a > 0, b < 0$  とし直線  $l_1$  は点  $(a, 0)$  を通り, 直線  $l_2$  は点  $(b, 0)$  を通る. 点  $A$  は直線  $l_1$  と  $x$  軸の交点, 点  $B$  は直線  $l_1$  と直線  $l_2$  の交点, 点  $C$  は直線  $l_2$  と  $y$  軸の交点とする. このとき, 三角形  $ABC$  の面積  $S$  は  $t = \frac{a}{b}$  の関数

で,  $S = \frac{\boxed{\text{チ}}(t + \boxed{\text{ト}})t}{t + \boxed{\text{ナ}}}$  となり, 面積  $S$  は  $t = \boxed{\text{ニ}} - \sqrt{\boxed{\text{ヌ}}}$  で最小値をとる.

【問 7】

$n$  を正の整数として,

$$A_n = 2 \cdot {}_n C_2 + 3 \cdot 2 \cdot {}_n C_3 + 4 \cdot 3 \cdot {}_n C_4 + \cdots + n \cdot (n-1) \cdot {}_n C_n$$

$$B_n = {}_n C_0 - \frac{{}_n C_1}{2} + \frac{{}_n C_2}{3} - \cdots + (-1)^n \cdot \frac{{}_n C_n}{n+1}$$

とする. このとき,  $A_n \cdot B_{n-1} = (n + \boxed{\text{ネ}}) \cdot \boxed{\text{ノ}}^{n+\boxed{\text{ハ}}}$  となる.

[以 下 余 白]

