

数 学
(問 題)

2011年度

〈2011 H23050015 (数学)〉

注 意 事 項

1. 問題冊子および記述解答用紙は、試験開始の指示があるまで開かないこと。
2. 問題は4～5ページに記載されている。試験中に問題冊子の印刷の乱れ、解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に知らせること。
3. 解答はすべて解答用紙の所定欄にHBの黒鉛筆またはHBのシャープペンシルで記入すること。欄外の余白には何も記入しないこと。
4. 試験が開始されたらただちに、解答用紙の所定欄（2か所）に、受験番号および氏名を正確に丁寧に記入すること。
5. いかなる場合でも、解答用紙は必ず提出すること。
6. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ること。

1 次の にあてはまる数または数式を解答用紙の所定欄に記入せよ。

- (1) 平面上の3点A, B, Cが点Oを中心とする半径1の円周上にあり、

$$3\overrightarrow{OA} + 7\overrightarrow{OB} + 5\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{0}$$

を満たしている。このとき線分ABの長さは ア である。

- (2) xy 平面上の曲線 $y = e^x$ と y 軸および直線 $y = e$ で囲まれた図形を y 軸のまわりに1回転してできる回転体の体積は イ である。

- (3) 碁石を n 個一列に並べる並べ方のうち、黒石が先頭で白石どうしは隣り合わないような並べ方の総数を a_n とする。ここで、 $a_1 = 1$, $a_2 = 2$ である。
このとき $a_{10} =$ ウ である。

- (4) 立方体の各辺の中点は全部で12個ある。頂点がすべてこれら12個の点のうちのどれかであるような正多角形は全部で エ 個ある。

2 xy 平面上にある3つの半直線

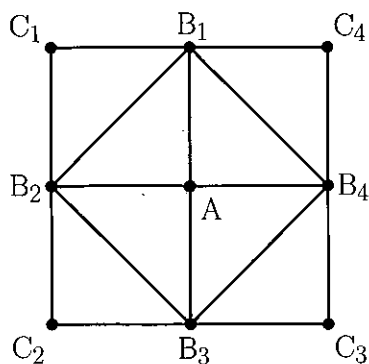
$$y = 0 \ (x \geq 0), \ y = x \tan \theta \ (x \geq 0), \ y = -\sqrt{3}x \ (x \leq 0).$$

と、原点Oを中心とする半径 r ($r \geq 1$) の円が交わる点をそれぞれA, B, Cとする。ただし $\frac{\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{\pi}{3}$ である。

- (1) 四角形OABCの面積が半径1の円に内接する正六角形の面積の $\frac{1}{3}$ に等しいとき、 r^2 を θ を用いて表せ。

- (2) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} r^2 d\theta$ を求めよ。

- 3 下図のように9個の点 $A, B_1, B_2, B_3, B_4, C_1, C_2, C_3, C_4$ とそれらを結ぶ16本の線分からなる図形がある。この図形上にある物体 U は、毎秒ひとつの点から線分で結ばれている別の点へ移動する。ただし U は線分で結ばれているどの点にも等確率で移動するとする。最初に点 A にあった物体 U が、 n 秒後に点 A にある確率を a_n とすると、 $a_0 = 1, a_1 = 0$ である。このとき a_n ($n \geq 2$) を求めよ。



- 4 点 $O(0,0), A(4,0), B(0,3)$ を頂点とする三角形 OAB がある。三角形 OAB の面積を2等分する線分の長さの最大値と最小値を求めよ。

[以 下 余 白]