

問1

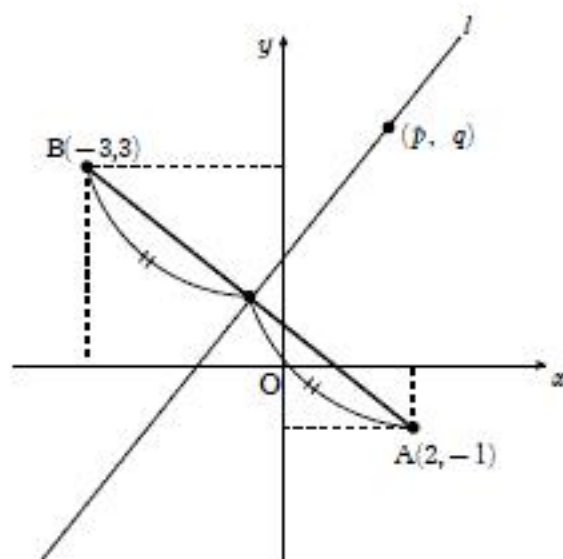
- (1) 2点A(2, -1), B(-3, 3)を結んだ線分の垂直二等分線を l とおく.

$$l: (x-2)^2 + (y+1)^2 = (x+3)^2 + (y-3)^2$$

$$\iff 10x - 8y + 13 = 0 \quad \dots\dots ①$$

点 (p, q) は l 上にあるため, ①を満たす.

$$\therefore \underline{10p - 8q + 13 = 0}$$



- (2) ABの中点が中心だから, 中心座標 $\left(-\frac{1}{2}, 1\right)$, 半径 $=\frac{1}{2}\sqrt{5^2+4^2}=\frac{\sqrt{41}}{2}$ の円.

$$\therefore \underline{\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 + (y-1)^2 = \frac{41}{4}} \quad \dots\dots ②$$

- (3) 直線ABの方程式は, $y = -\frac{4}{5}(x+3) + 3 \iff 4x + 5y - 3 = 0 \quad \dots\dots ③$

2点A, Bを通る円の方程式は②, ③より, 実数 $k(k \neq 0)$ を用いて,

$$k\left\{\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 + (y-1)^2 - \frac{41}{4}\right\} + 4x + 5y - 3 = 0$$

$$\iff k\left\{\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 + (y-1)^2 - \frac{41}{4}\right\} + 4x + 5y = 3$$

と表せる. (これは, 2点A, Bが満たす円の方程式, つまり, 2点A, Bを通る円の方程式

$$\therefore \underline{\frac{b}{a} = \frac{5}{4}, \frac{c}{a} = \frac{3}{4}}$$

(注) $k\left\{\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 + (y-1)^2 - \frac{41}{4}\right\} + i(4x + 5y - 3) = 0 \quad (\text{ただし, } k \neq 0)$

と表すことも可であるが, 問いの要求の $\frac{b}{a}, \frac{c}{a}$ から $i \neq 0$ とわかり,

$\frac{k}{i} = j \quad (j \neq 0)$ と置き換えれば上記の解答と同じとなる.

問2

$$(1) \quad p \text{ (チーム1が優勝)} = \underline{(1-p)^2}$$

$$(2) \quad p \text{ (チーム1とチーム2が対戦)} = \underline{\frac{1}{3}}$$

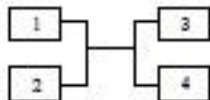
(チーム1をベースに考えれば、予選で対戦する相手は、チーム2、チーム3、チーム4のいずれかであり、全て同等に確からしい)

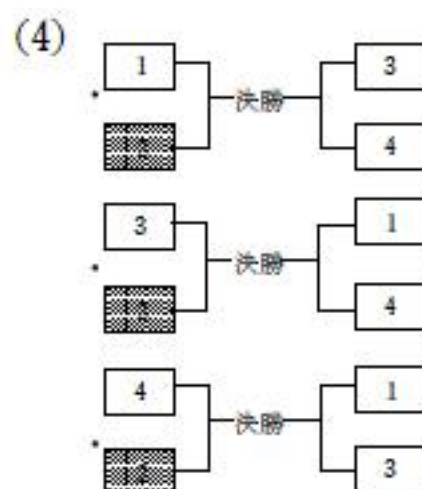
$$(3) \quad (\text{予選でチーム1とチーム2が対戦する事象}) = A,$$

(チーム2が優勝する事象) = B とすれば、求める確率は $p_A(B)$.

$$p_A(B) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)} = \frac{\frac{1}{3} \times p \times (1-p)}{\frac{1}{3}} = \underline{p(1-p)} \quad \therefore \underline{p_A(B) = p(1-p)}$$

(2)の結果

※最初から  の対戦図式で考えてもよい.



$$p(2 \text{ が優勝}) = p(1-p) \quad (\because (3) \text{ より}) \dots\dots ①$$

$$\begin{aligned} p(2 \text{ が優勝}) &= (1-p) \times \{(1-p) \times p + p \times (1-p)\} \\ &= 2p(1-p)^2 \quad \dots\dots ② \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p(2 \text{ が優勝}) &= (1-p) \times \{(1-p) \times p + p \times (1-p)\} \\ &= 2p(1-p)^2 \quad \dots\dots ③ \end{aligned}$$

①, ②, ③より (それぞれ排反であり, $\times \frac{1}{3}$ に注意して)

$$\begin{aligned} f(p) &= \frac{1}{3} \{ p(1-p) + 2p(1-p)^2 + 2p(1-p)^2 \} \\ &= \frac{1}{3} (4p^3 - 9p^2 + 5p) \quad (\text{ただし, } 0 < p < 1) \end{aligned}$$

(5) $f(p)$ を p の関数として考える. $0 < p < 1$ で $f(p)$ は連続より,

$$f'(p) = \frac{1}{3} (12p^2 - 18p + 5)$$

p	(0)	...	$\frac{9-\sqrt{21}}{12}$	...	(1)
$f'(p)$		+	0	-	
$f(p)$		↗	(最大)	↘	

増減表より, $p = \frac{9-\sqrt{21}}{12}$ で $f(p)$ は最大となる. $\therefore p = \frac{9-\sqrt{21}}{12}$

