

数 学

(問 題)

2012年度

〈2012 H24060111〉

注 意 事 項

1. 問題冊子および解答用紙は、試験開始の指示があるまで開かないこと。
2. 問題は2～4ページに記載されている。試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に知らせること。
3. 問1、問2、問3の全問を解答すること。
4. 解答はすべて解答用紙の所定欄にHBの黒鉛筆またはHBのシャープペンシルで記入すること。コンパス、定規は使用してもよい。
5. 受験番号および氏名は、試験がはじまってから、解答用紙の所定欄（2か所）に正確に記入すること。

受験番号の記入にあたっては、次の数字見本に従い、正確に正しいに記入すること。

数 字 見 本	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
---------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

6. いかなる場合でも、解答用紙は必ず提出すること。
7. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ること。

問1 x - y 平面上に2点A(2, -1), B(-3, 3)をとる。このとき、次の各問に答えよ。答のみ解答欄に記入せよ。

(1) 点A, Bを通る円の中心を (p, q) とするとき, p と q の関係式を求めよ。

(2) 点A, Bを直径の両端とする円の方程式を

$$(x - p_0)^2 + (y - q_0)^2 = r_0^2 \quad (p_0, q_0, r_0 \text{ は定数})$$

の形に表せ。

(3) 前問(2)の結果を用いて, 点A, Bを通る円の方程式を, k ($\neq 0$) を定数として

$$k\{(x - p_0)^2 + (y - q_0)^2 - r_0^2\} + ax + by = c$$

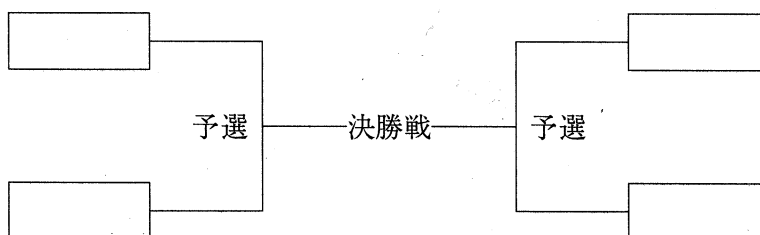
と表すとき, $\frac{b}{a}, \frac{c}{a}$ を求めよ。

問2 ある競技の大会に、チーム1、チーム2、チーム3、チーム4が参加している。大会は予選と決勝戦からなる。まず、抽選によって、図のように2チームずつに分かれて予選を行う。次に、各予選の勝者が決勝戦を行う。過去の対戦成績から次のことが分かっている。

チーム i とチーム j ($1 \leq i < j \leq 4$) が試合をするとき、確率 p でチーム j が勝利し、確率 $1 - p$ でチーム i が勝利する。ただし $0 < p < 1$ である。

このとき、次の各問に答えよ。ただし、(1)、(2)、(3) は答のみ解答欄に記入せよ。

- (1) チーム1が優勝する確率を求めよ。
- (2) 予選においてチーム1とチーム2が対戦する確率を求めよ。
- (3) 予選においてチーム1とチーム2が対戦するとき、チーム2が優勝する確率を求めよ。
- (4) この大会においてチーム2が優勝する確率 $f(p)$ を求めよ。
- (5) $f(p)$ を最大にする p の値を求めよ。



問3 x - y 平面上に3点 $O(0, 0)$, $A\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0\right)$, $B\left(0, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ をとり, 図のように, $\triangle OAB$ の各辺上または内部に, $DE \parallel OB$ かつ $\angle DCE$ を直角とする二等辺三角形 CDE をとる。点 C , E はそれぞれ OB , AB 上の点とする。線分 CE の長さを m (> 0) とおくと, 次の各問に答えよ。ただし, (1), (2), (5) は答のみ解答欄に記入せよ。

(1) m の最大値を求めよ。

(2) s, t を正数とし, ベクトル $\overrightarrow{OC} + s\overrightarrow{CD} + t\overrightarrow{CE}$ を $\boxed{\text{(ア)}} \overrightarrow{OA} + \boxed{\text{(イ)}} \overrightarrow{OB}$ と表すとき, 空欄 $\boxed{\text{(ア)}}$, $\boxed{\text{(イ)}}$ をそれぞれ s, t および m の式で表せ。

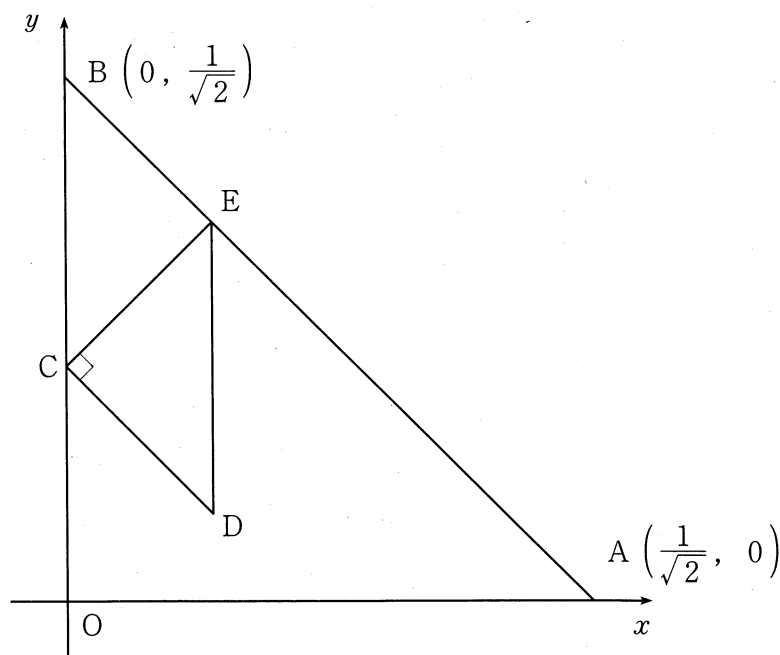
(3) 等式 $\overrightarrow{OC} + s\overrightarrow{CD} + t\overrightarrow{CE} = s\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB}$ をみたす s, t をそれぞれ m の式で表せ。

(4) 前問 (3) で求めた s, t を用いて, 点 $P(x, y)$ を $\overrightarrow{OP} = s\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB}$ によって定める。このとき, $\frac{y}{x}$ を $\frac{1}{m}$ の式で表せ。

(5) 前問 (4) における点 $P(x, y)$ の軌跡は x, y の方程式

$$(x + \boxed{\text{(ウ)}})^2 + (y - \boxed{\text{(エ)}})^2 = \boxed{\text{(オ)}}$$

で表される。このとき, 空欄 $\boxed{\text{(ウ)}}$, $\boxed{\text{(エ)}}$, $\boxed{\text{(オ)}}$ にあてはまる数値を求めよ。



[以下 余 白]