

数学 理系(B方式)

(問題)

2012年度

〈2012 H24061119〉

注 意 事 項

1. この試験では、この問題冊子のほかに、マーク解答用紙を配布する。問題冊子は、試験開始の指示があるまで開かないこと。
2. 問題は4～8ページに記載されている。試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に知らせること。
3. 解答はすべて解答用紙の所定欄にHBの黒鉛筆またはHBのシャープペンシルで記入すること。
4. マーク解答用紙については、受験番号を確認したうえ所定欄に氏名のみ記入すること。
5. 問1から問5までの **ア** , **イ** , **ウ** , …にはそれぞれ、 $-49, -48, \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, 48, 49$ のいずれかが当てはまる。次の例にならって、マーク解答用紙の**ア** , **イ** , **ウ** , …で示された欄にマークして答えること。

例. **ア**に3, **イ**に-5, **ウ**に30, **エ**に-24, **オ**に0と答えたいとき。

	—	十 の 位				一 の 位									
		1	2	3	4	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ア	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐
イ	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐
ウ	☐	☐	☐	☒	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
エ	☒	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐
オ	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

6. マークははっきり記入すること。また、訂正する場合は、消しゴムでていねいに、消し残しがないようよく消すこと（砂消しゴムは使用しないこと）。

マークする時	☒ 良い	☐ 悪い	☐ 悪い
マークを消す時	☐ 良い	☐ 悪い	☐ 悪い

7. いかなる場合でも、解答用紙は必ず提出すること。
8. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ること。

【問 1】

数直線上を動く点 P がある。点 P は原点を出発して、さいころを 1 回投げるごとに、2 以下の目が出たときには正の向きに 1 だけ進み、3 以上の目が出たときには負の向きに 2 だけ進むものとする。

- (1) さいころを 3 回投げたとき、点 P が原点にくる確率は $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。ただし、 $\boxed{\text{イ}}$ はできるだけ小さな自然数で答えること。

- (2) さいころを 5 回投げたとき、点 P の座標が -4 または 2 になる確率は $\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。ただし、 $\boxed{\text{エ}}$ はできるだけ小さな自然数で答えること。

【問2】

三角形 OAB において $OA = 4$, $OB = 5$, $AB = 7$ とする. 点 P は辺 OA の中点, 点 Q は辺 AB を $2:1$ に内分する点とする. さらに点 R は辺 OB 上にあり $\angle PQR = 90^\circ$ である. このとき,

$$OR = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} OB$$

である. ただし, $\boxed{\text{カ}}$ はできるだけ小さな自然数で答えること.

【問3】

曲線 $x^2 + y^2 = 100$ ($x \geq 0$ かつ $y \geq 0$) を C とする. 点 P, Q は C 上にあり, 線分 PQ の中点を R とする. ただし, 点 P と点 Q が一致するときは, 点 R は点 P に等しいものとする.

- (1) 点 P の座標が $(6, 8)$ であり, 点 Q が C 上を動くとき, 点 R の軌跡は,

$$(x - \boxed{\text{キ}})^2 + (y - \boxed{\text{ク}})^2 = \boxed{\text{ケ}}, \quad \boxed{\text{コ}} \leq x \leq \boxed{\text{サ}}, \quad \boxed{\text{シ}} \leq y \leq \boxed{\text{ス}}$$

である.

- (2) 点 P, Q が C 上を自由に動くとき, 点 R の動く範囲の面積は,

$$\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}} \pi + \boxed{\text{タ}}$$

である. ただし, $\boxed{\text{ソ}}$ はできるだけ小さな自然数で答えること.

【問 4】

(1) 無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+2)}$ の和は $\frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ である.

ただし, $\boxed{\text{ツ}}$ はできるだけ小さな自然数で答えること.

(2) 行列

$$A = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

に対して,

$$A^n = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

となる最小の自然数 n は $\boxed{\text{テ}}$ である.

(3) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (2 - x^2 \sin x) dx = \boxed{\text{ト}}$ である.

【問 5】

実数 a に対して関数 $f(a)$ を,

$$f(a) = \int_1^2 \left| \frac{a}{x} - 1 \right| dx$$

と定める. a が $1 \leq a \leq 2$ の範囲を動くとき, $f(a)$ の最小値は $\boxed{ナ} + \boxed{ニ} \sqrt{\boxed{ヌ}}$ であり, 最大値は $\boxed{ネ} + \boxed{ノ} \log \boxed{ハ}$ である. ただし, $\boxed{ヌ}$, $\boxed{ハ}$ はできるだけ小さな自然数で答えること.

[以 下 余 白]

