$\boxed{1}$

(1)　$\dfrac{1}{3}f(0)+\dfrac{4}{3}f(1)+\dfrac{1}{3}f(2)$

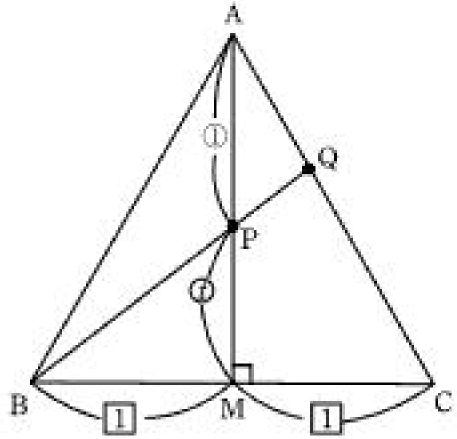
(2)　$k=2$ のとき 最小値 $\dfrac{4}{3}$

(3)　$p=19$

(4)　291

$\boxed{2}$

(1)

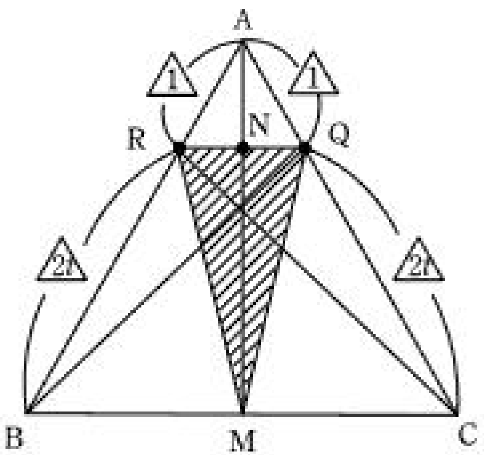


メネラウスの定理より,

$$\frac{\mathrm{QC}}{\mathrm{AQ}}\cdot\frac{\mathrm{AP}}{\mathrm{PM}}\cdot\frac{\mathrm{MB}}{\mathrm{BC}}=\frac{\mathrm{QC}}{\mathrm{AQ}}\cdot\frac{1}{t}\cdot\frac{1}{2}=1$$

$$\therefore\ \underline{\frac{\mathrm{QC}}{\mathrm{AQ}}=2t}$$

(2)



RQ//BC より,

$$S_{\mathrm{MQR}}=S_{\mathrm{CRQ}}=\frac{2t}{2t+1}S_{\mathrm{ARC}}$$

$$=\frac{2t}{2t+1}\cdot\frac{1}{2t+1}S_{\mathrm{ABC}}$$

$$=\frac{2t}{(2t+1)^2}\cdot 1$$

$$\frac{2t}{(2t+1)^2}=\frac{2t}{4t^2+4t+1}=\frac{1}{2t+2+\frac{1}{2t}}$$

分母において, 相加相乗平均の関係より

$$2t+\frac{1}{2t}\geqq 2\sqrt{2t\cdot\frac{1}{2t}}=2$$

よって, $\underline{t=\frac{1}{2}\text{ のとき　最大値 }\frac{1}{4}}$

$\boxed{3}$

$$2^a = (4a - c)(b + c) \quad \cdots ① \qquad a, b:\text{正の整数}$$
$$c:\text{正の奇数}$$

(1) $b = 13$

$$2^a = (52 - c)(13 + c)$$

c は正の奇数なので,

$$52 - c = 2^0 = 1 \qquad \underline{\therefore\ a = 6,\ c = 51}$$

(2) $4b - c$ は奇数なので, $4b - c = 2^0 = 1$ $\qquad \therefore\ c = 4b - 1$

$$2^a = 5b - 1 \quad \cdots ②$$

$a > 1$ より $5b - 1$ は偶数. よって, b は奇数.

$b = 2b' + 1$ $(b' \geqq 0, b$ は整数$)$ とすると,

$$2^a = 10b' + 4$$

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2^n	2	$\underline{\underline{4}}$	8	16	32	$\underline{\underline{64}}$	----	----	----	----

一の位の周期に注目し, $a = 1 \sim 2013$ で考えて $\underline{503\text{ 組}}$.